教育テレビ **NHK** 8／3〜8／29 午前11：00〜11：25

算数大すき

算数博士
秋山仁
（東京理科大学教授）

算数博士がキミに挑戦、
クイズ感覚で実力アップ!!



NHK

算数大すき

8／3〜8／29
教育テレビ
午前11:00〜11:25



もくじ

〈付録〉

①誕生日当てカード／②7㎗マス・4㎗マス・3㎗マス／③6㎗マス・5㎗マス・2㎗マス／④欠けたチェス盤とドミノ牌／⑤直方体の展開図／⑥大正方形作成用カード・敷きつめ用タイル／⑦正方形はどこに消えた？／面積がかわる正方形／⑧カラオケ位置決め実験用カード

表紙デザイン・レイアウトパターン作成／佐古岡清生　表紙CG／鈴木正浩＋ゴールドハット(提供ボンカラー)
編集協力／門間明, 中村享史, 古家貴代美　イラスト／井上正治　図版／星川久美子, ㈱ノムラ　撮影／小野成視

放送カレンダー

月	火	水
① 8月3日 ずばり当てよう君の誕生日 数の表し方 6	② 8月4日 ジュースは正確に量るべし 整数の問題 9	③ 8月5日 とじこめちゃうぞ 偶数と奇数 12
⑦ 8月10日 無事に脱出(だっしゅつ)できるかな? 展開図と最短距離 27	⑧ 8月11日 平面図形のファンタジー 三角形と四角形の性質 33	⑨ 8月12日 君も今日からトランプマジシャン! 規則性と10進法のしくみ 37
⑬ 8月17日 お墓に書かれた年齢(れい)のなぞ 数の図式化 50	⑭ 8月18日 仕事は能率的にかたづけよう 手順と論理 53	⑮ 8月19日 もうだまされないぞ! 算数的思考法 57
⑲ 8月24日 ピラミッドの高さを測定しよう 相似と相似比 78	⑳ 8月25日 どこまでのびる? 夢のかけ橋 有限と無限 82	㉑ 8月26日 正方形はどこに消えた? 数の列と黄金比 86



※８月15日の放送は午前10:15～11:15です。

木	金	土
④ 8月6日 数え人(かぞえびと)登場！ 対応と分類 15	⑤ 8月7日 最後のリンゴは毒リンゴ 逆思考法 19	⑥ 8月8日 マンホールのフタはなぜ丸い？ いろいろな形とその特徴 23
⑩ 8月13日 上手(じょうず)に切って円満解決 三角形と四角形の面積 41	⑪ 8月14日 断層写真を写してみれば 立体と断面図 44	⑫ 8月15日※ 宝物はどこにある？ 規則性と暗号解読 47
⑯ 8月20日 円の周りをはかる 人類と数のたたかい 61	⑰ 8月21日 いっぱいつめこもう 規則性と能率性 69	⑱ 8月22日 不思議な数，カプリカ数 余りの数と素因数 73
㉒ 8月27日 なぞの小包の正体は？ 手順とつるかめ算 89	㉓ 8月28日 ワッ，ワッ，ワッ，輪の不思議 図形の分類 93	㉔ 8月29日 森のお別れパーティー 算数博士のなんでも相談 99



前の日に，次の日の放送で使うもの（ハサミ，のり，付録の紙など）をテキストで確認して，放送が始まるまでに準備しておいてください。

出演者紹介



算数博士
秋山　仁
（東京理科大学教授）

ノッポさん
高見　映

音楽
平部やよい

森のなかまたち
（算数研究所員）

福富　達也・増戸　則彦・新井　謙一・
鈴木　正浩・中川真由美・舘股　一信・
柘植　孝史・徳留　健一・内藤多美子・
浜　洋太・高村　隆博・松永　清子

〈ごあいさつ〉

全国の元気な小学生の皆さん，こんにちは。私は算数博士の秋山仁です。

私は数十年前の小学生のころ，野山をうさぎを追ってかけめぐっていました。そのころ，特に算数ができたというわけではないのですが，不思議なものや，神秘的なものに出会うと，いてもたってもいられず，わくわくしたことを今でもよくおぼえています。その後，小学生時代に感じた神秘を解き明かすためにずっーと算数の研究をしてきました。世の中には算数が不得意だという人や，算数がきらいだという子どもが多いと聞いて，ざんねんに思っています。そこで，夏休みのこの番組を通して，算数は，とてもおもしろく，きちんと勉強しさえすれば，必ずわかるということを体験してもらいたいと思っています。そのために不思議なパズルや，ミステリーを解き明かし，またときにはマジックやゲームを楽しみながら，算数の考え方をしらずしらずのうちに身につけることができるように工夫しました。四角い穴のあく回転ドリルを設計したり，シャボン液を使って世界最先端の研究に挑戦したり，おとうさんやおかあさんをアッといわせるマジックをいっしょに作ってみたりしましょう。算数の得意な人も苦手な人も，毎日欠かさずこの番組を見てください。そうすれば君はまちがいなく算数大好き人間になるでしょう。

★なぜ算数を勉強するのか

私たちが生きている地球には，何十億人もの人間が，ひしめきあって生きています。みんなじょうずに生きていかないと食べ物が不足したり，自然を破壊したりして，このかけがえのない美しい地球をだいなしにしてしまいます。皆が正しい判断力と推察力を持って合理的に毎日を生きていくことが大切になってきます。算数というと，たし算やかけ算などの四則演算，または分数のたし算等の面倒な計算を思い浮かべていやな科目だと思う人がいるようですが，本当は未来を予測し，便利なものを次つぎに作り出していく原動力となるとても大切な科目なのです。

★算数のたのしさ

算数のおもしろさは，いったんその考え方をマスターしてしまえば，たくさんの謎を次つぎに解き明かすことができ，真実が何であるかが，人の心にたよらず判断できることです。その考えをマスターするためにはまず，算数はとても面白いものだと実感することだと思います。そのためにこの番組が作られたのです。だから君たちはこの番組を欠かさず見て心ゆくまで楽しんでくださいね。

8月3日(月)

1



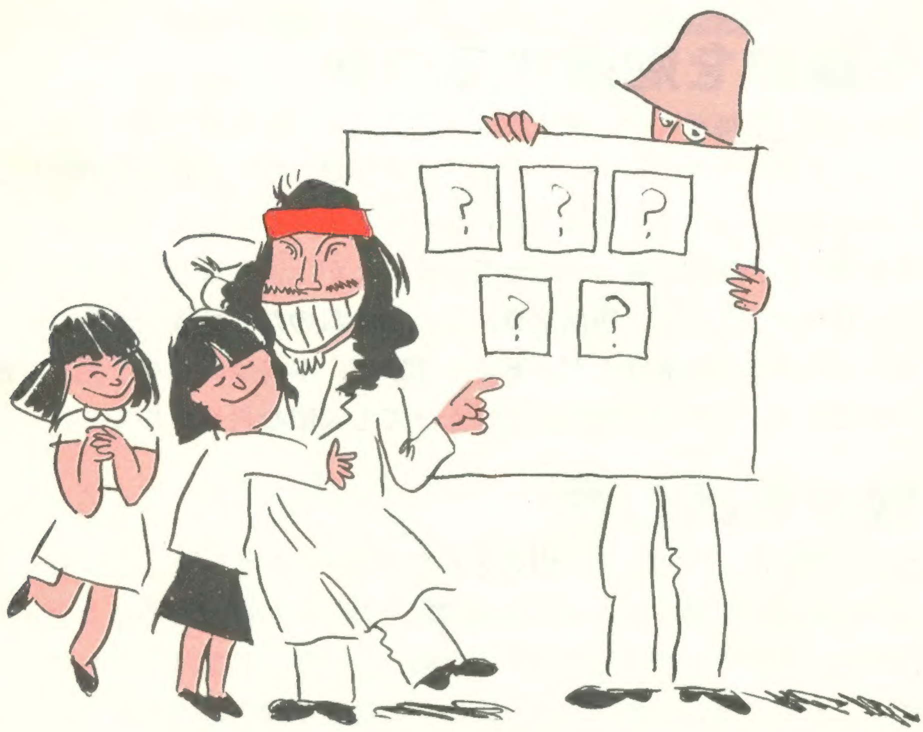
ずばり当てよう君の誕生日

数の表し方

今回は，数字が書き込まれた5枚の謎のカードを使った誕生日当てマジックを紹介しよう。謎の5枚のカードを持っていれば，違う学校の子とだって，きっとすぐになかよしになれちゃうよ。

このマジックのやりかたを覚えるのは簡単だけど，そのカラクリは大切で，このカラクリの応用が，コンピューターやバーコード，モールス信号など君たちの身のまわりの最先端の機械にたくさん使われているんだよ。

君はこの不思議なカードの謎をちゃんと理解し，それを友だちに説明できるようになってね。





○**10進法表示**……日常生活で一番よく使われている数の表し方。

1，10，100，1000，…を基本として数を表す表し方。

1，10，100，…の基本の数を〝基〞や〝ベース〞という。

例1992は，1000が1個，100が9個，10が9個，1が2個からできている数です。

すなわち，1992＝1000×1＋100×9＋10×9＋1×2

このとき，□の中の数をこの順に並べて1992と書きます。

○**2進法表示**……1，2，4，8，16，…を基本として数を表す表し方。

たとえば，6を2進法で表すと，6は4が1個，2が1個からできている数なので，

6＝4×1＋2×1＋1×0

そして，□の中の数をこの順に並べて110と書きます。

例〝3〞や〝12〞を2進法で表すと，

3＝2×1＋1×1

＝11

12＝8×1＋4×1＋2×0＋1×0

＝1100



問題★その1

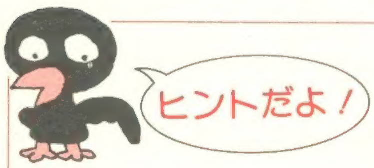
1～31の数のおのおのを2進法表示して，次の表を完成してください（この表を利用して付録1の5枚のカードA，B，C，D，Eを完成させてね）。

	16	8	4	2	1
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0
3	0	0	0	1	1
4	0	0	1	0	0
5					
6					
7	0	0	1	1	1
8	0	1	0	0	0
9					
10					
11					

12	0	1	1	0	0
13					
14					
15					
16	1	0	0	0	0
17					
18					
19					
20	1	0	1	0	0
21					
22					

23					
24					
25	1	1	0	0	1
26					
27					

28					
29					
30					
31	1	1	1	1	1



ある数Aを2進法表示するときは，

A＝16×□＋8×□＋4×□＋2×□＋1×□

□の中には0か1が入るんだよ。次に□の中の数字を左から順に並べれば，それが2進法表示だ。□の中が0のときは0と書くんだよ。

付録1のカードの完成のさせ方

各数pを2進法で表し，1の位（カードA），2の位（カードB），4の位（カードC），8の位（カードD），16の位（カードE）のうちで〝1〞が書かれた位のカードにその数字pを書きこむ。たとえば12だったら，12＝16×0＋8×1＋4×1＋2×0＋1×0なので8（カードD）と4（カードC）のカードに12と書く。



問題★その2

博士は，５枚のカードＡ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅを使って次のやり方でノッポさんの誕生月と誕生日を当てました。どうやって当てたのでしょうか？

誕生日当てゲームのやり方

①ノッポさんに博士に見えないように誕生月を紙に書かせる。

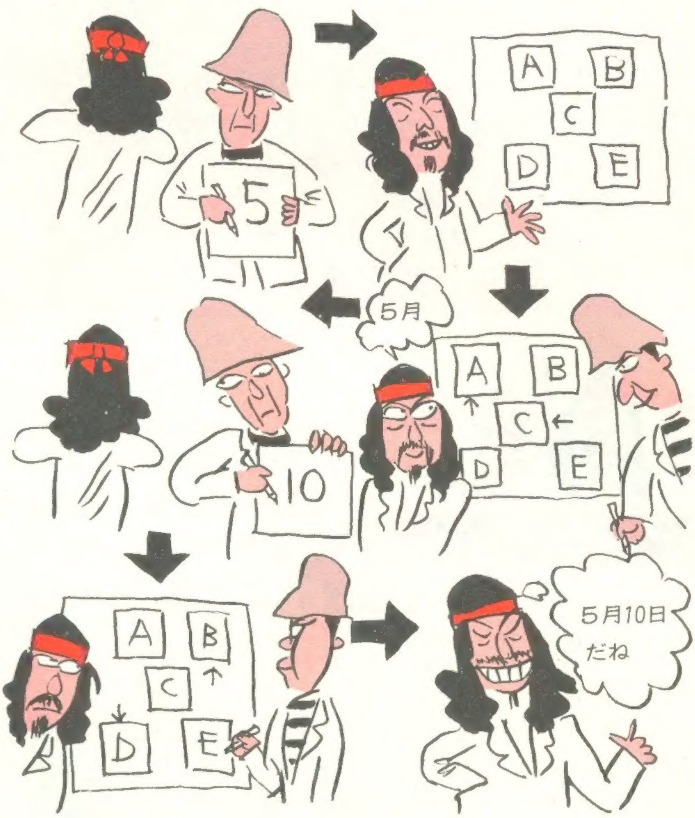
②次に，５枚のカードＡ～Ｅの中からノッポさんの誕生月が書いてあるカードを全部選ばせる。

③選んだカードからノッポさんの誕生月を当てる。

④次は誕生日を当てる。
また博士に見えないようにノッポさんに彼の誕生日を書かせる。

⑤５枚のカードの中からノッポさんの誕生日が書いてあるカードを全部選ばせる。

⑥選んだカードからノッポさんの誕生日を当てる。





ヒントだよ！　ノッポさんの選んだカードの左上の数に注目してごらん。

8月4日(火)



2 ジュースは正確に量るべし

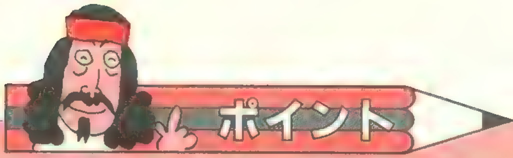
整数の問題

みんなは升（直方体の容器のこと）を見たことがあるかな？　節分で，〝鬼は外，福は内〞と豆をまくときに豆を入れたり，いきなオジさんが居酒屋でお酒を入れてグビグビ飲んだり…そんな光景を見たことがあるかもしれないね。だけど升を単なる昔の容器の一種だと思っていたらバチが当たるぞ～！　最近あんまり見かけなくなった升だけど，升は昔の人の知恵がいっぱいつまっているのだから。

升に目盛りはついていないけど，〝升と頭は使いかた次第！〞。

江戸時代のチャキチャキの油売り商人は，升をいろいろな角度に傾けたりして自由自在に使い，次つぎに来るいろいろなお客さんの注文どおりに油を正確に量って売っていたのだよ。さ～てみんなも頭を使って升を傾けるだけでいろんな量が量れるかな？　グズグズ考え込んでいると，油を買いに来たお客さんたち，おこって帰っちゃうよ～。





約数…ある数を割り切る数のこと。すなわち，余りがでないように割り切る数のこと。

例：8の約数は1，2，4，8

公約数…2つの数に共通な約数

例：4と8の公約数は1，2，4

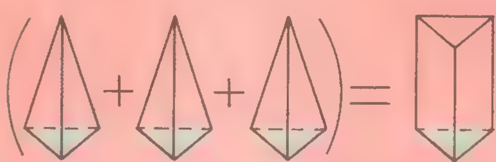
最大公約数…公約数の中で一番大きな数のこと。

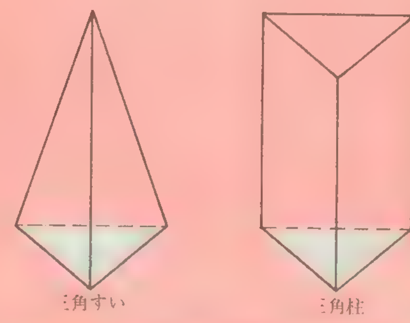
（三角すいと三角柱の体積の関係）

底面積と高さが等しい三角すいと三角柱の体積の間には，

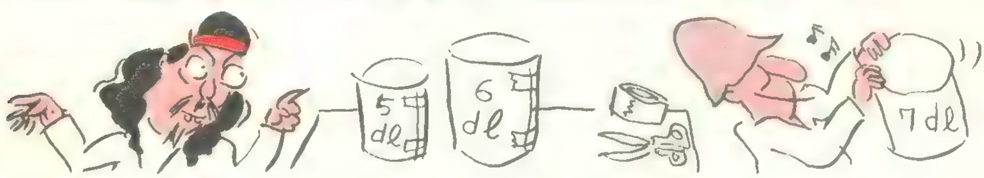
三角柱の体積＝3×(三角すいの体積)

が成りたつ。





問題に挑戦する前に〈付録2〉と〈付録3〉の紙で，5 dℓ容器，7 dℓ器，6 dℓ器を作っておこう。それらの容器と砂やさとうなどを使って，実験をしながら考えてごらん。





問題★その1

ここに5 dℓと7 dℓの容器があります。さて，これらを使って1 dℓ，2 dℓ，3 dℓ，……，12dℓまで，ジュースを正確にくみ出す方法を示してください。



ヒントだよ！

2 dℓをくみだすには右のようにすればいいよね!!

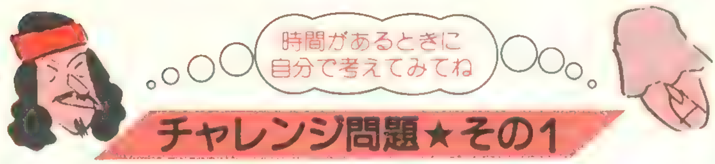


❷ジュースは正確に量(はか)るべし



問題★その2

2 dℓと 4 dℓの容器で 1 dℓ，2 dℓ，……とすべての量をくみ出すことができるだろうか？



チャレンジ問題★その1

3 dℓと 7 dℓの容器で，1，2，3，……，10dℓすべての量を，くみ出せるか？



チャレンジ問題★その2

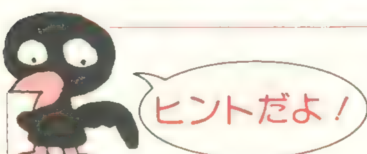
4 dℓと 6 dℓの容器を用いて何dℓの量をくみ出せるか。



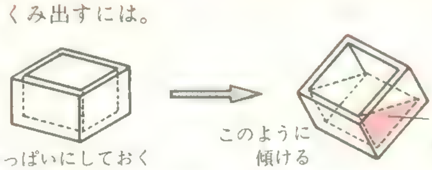
問題★その3

（さっき作った 6 dℓ升使用）

たるの中にはいっぱい水が入っています。今，水をくみだすために直方体の形をした 6 dℓ升を 1 回だけたるに入れて 1，2，…，6 dℓの量をくみ出す方法を示してください。ただし，升からたるに水をもどす回数は何回でもよいとします。



3 dℓをくみ出すには。



前ページのポイントを参考にして，升の傾け方を考えよう。

8月5日(水) 3

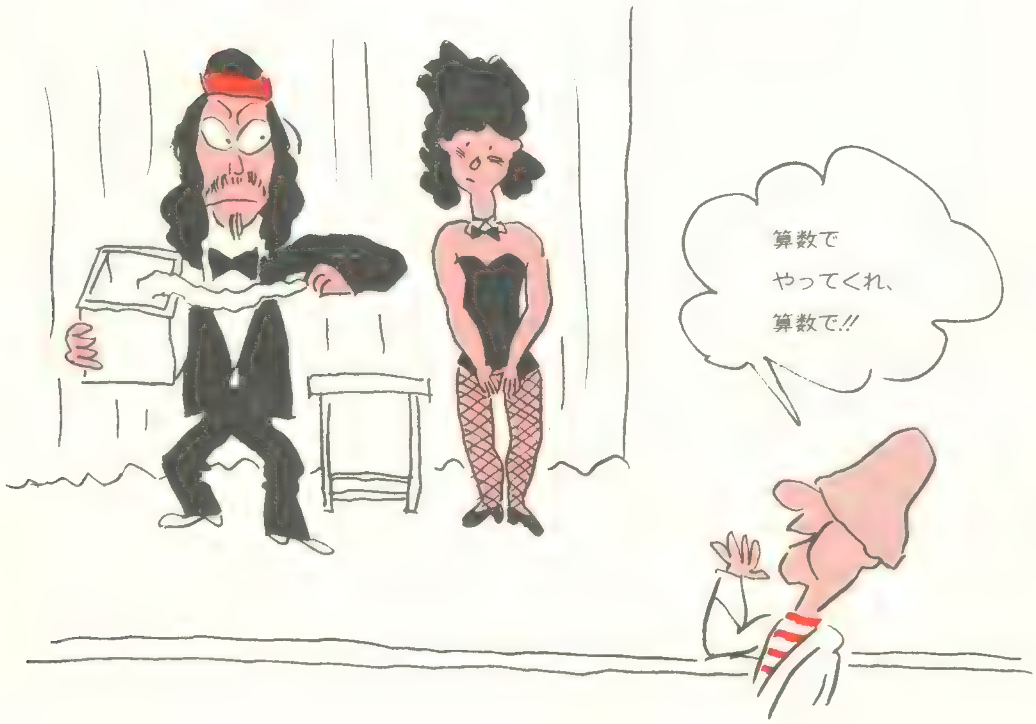
とじこめちゃうぞ

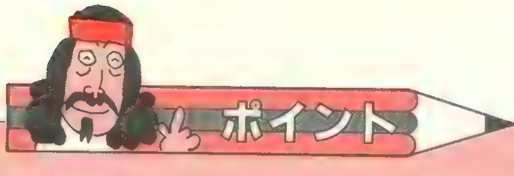
偶数と奇数



マジシャンがみんなをアッといわせるマジックの中には，催眠術をかけて空中に体を浮かせたり，人体切断なんていう大がかりなものから，トランプのカード当てのようにテーブルの上でできる手軽なものまでいろいろあるね。どのマジックも不思議だけど，マジシャンは魔法使いじゃないんだ。どんなマジックにだって，必ずトリックがかくされているんだよ。〝巧妙なトリックを考えたり，見ている人に仕掛けがわからないように，技術を磨く〟というマジシャンたちの努力によって，私たちにはマジックがまるで魔法のように見えているんだね。

マジックのトリックにもいろいろな種類があるんだけど，算数をトリックに使った手品はとても多いのだ。算数マジックの中から傑作(けっさく)をひとつ，今回は紹介しましょう。テレビでそのやり方をよく理解して友だちや両親を感心させよう。





偶数と奇数

整数は，偶数と奇数に分類できます。

偶数というのは，２で割ったときの余りが０になる数で，奇数というのは，２で割ったときの余りが１になる数のことをいうんだよ。

偶数，奇数の和と積

偶数＋偶数＝偶数	偶数×偶数＝偶数
偶数＋奇数＝奇数	偶数×奇数＝偶数
奇数＋奇数＝偶数	奇数×奇数＝奇数



問題★その１

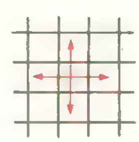
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

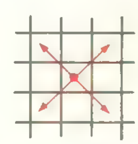
さあ，マジックを始めよう。このマジックは，右図のような正方形に書かれた25個のマスを使って行います。次の順序にしたがって君が25個のマスの中を動くと，どんな方向に動いても君は最後に，あるひとつのマス目の中にとじこめられてしまいます。さあ，みんなも図のように25個のマス番号をノートに書いてください。マスの中を動きながら，このマジックのトリックを考えてみよう!!

――― マジックの手順 ―――

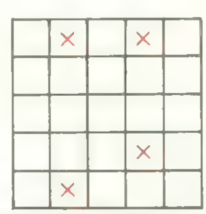
(1)　25個のマスのうちの①，⑤，㉑，㉕の４つの角（赤い部分）の中からどれでも好きなマスをひとつ選んでください。そのマスが君の出発点です。

(2)　そこから４個動いてください。ただし，１回の移動で，たて，よこ，どちらかの方向に１マス分だけ動けます。斜めに動いてはいけません。

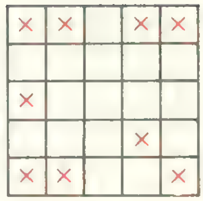

これならO.K.!!


これはだめ!!

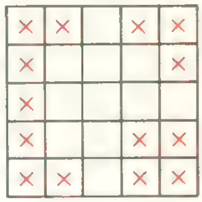
(3)　４つ動いたあとみんなは，②，④，⑲，㉒番の場所には絶対にいません。だから，その４つの場所に×印をつけてください。今後，×印の場所には，２度と移動できません。


×印は立ち入り禁止だよ!!

(4)　次に３個動いてください。みんなは，①，⑤，⑪，㉑，㉕の場所にはいません。だれもこの場所にはいないので，これらにも×印をつけてください。

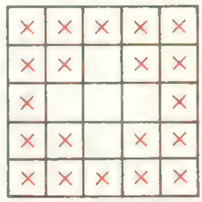


(5)　次に５個動いてください。みんなは，⑥，⑩，⑯，⑳，㉔の場所にはいません。これらにも×印をつけてください。



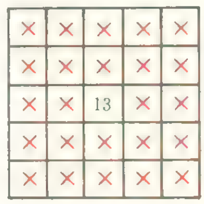
(6)　次に３個動いてください。みんなは，③，⑦，⑨，⑮，⑰，㉓の場所にはいません。これらにも×印をつけてください。

(7)　最後に１個動いてください。みんなは，⑧，⑫，⑭，⑱の場所にはいません。このテキストを見ている人は何十万人もいるかもしれませんが，だれもこの場所にはいないのです。だからこれらのマスにも×印をつけてください。

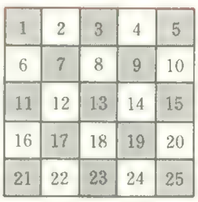


な～んと不思議なことに，みんな中央の⑬のところにとじこめられてしまったはずです。

なぜでしょう？





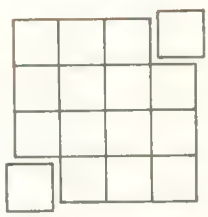


25個のマス目を左図のように交互に黒白でぬり分けてごらん。たとえば，１のマスにいる人が１個動くと白のマスに移り，２個動くと，どのように動いても黒のマスに移るね。じゃあ，１のマスにいる人が３個動いたときのマスの色は何色かな？



問題★その２

まず，4×４＝16個のマスのある正方形を作り，その正方形の対角線上のマスを２つとりのぞいた図を作ります。



さて，この図（右図）を，１×２＝２個のマスでできたドミノ牌（はい）□□を７個使って，すき間が１つもできないようにうめつくすことができるでしょうか？

8月6日(木)

4 数え人登場！

対応と分類

算数の重要な目的の１つは，物の個数を正確に数えることなんだ。

全部で何個あるんだろう？　おとうさんの髪の毛は何本あるのだろう？　おかあさんの脳細胞はどのくらいあるのだろう？　地上には何人の人間がいるのだろう？　日本には何台の車があるのだろう？　地球には何種類の昆虫がいるのだろう？

いろいろな疑問が浮かんでくるね。

なにも地球上のことに限ることはないんだ。宇宙にはいくつの星があるのだろう？　宇宙人は何人いるのだろう？　これらは，人類がまだ解決できない難問だね。

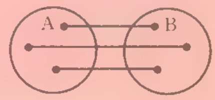
というわけで，今日は物の個数を正確に数える勉強をすることにしよう。





上手(じょうず)な数え方の３つの基本

１対１対応…２つの集合A, Bがあるとき, Aの要素とBの要素をひとつずつペアにすること。



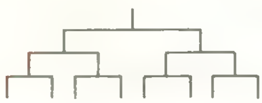
補集合の利用…ある条件をみたすものを数えるとき，全体の個数からその条件をみたさないものの個数を数えてひくこと。

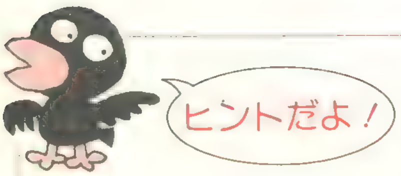
分類…同じ種類のものに分けること。



問題★その1

夏の甲子園高校野球大会には，全国から49校が参加しています。この大会はトーナメント方式（勝ち抜き戦のこと）で優勝校が決まりますが，１回戦から優勝決定戦まで全部で何試合するでしょうか。　（引き分け，再試合はありません）



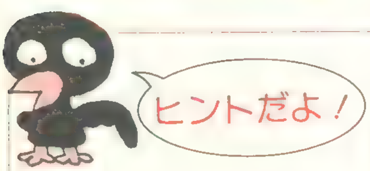


49校全部にボールを１個ずつ持ってもらいます。
１試合すると，必ず１校が負けます。
「負けたチームは箱の中にボールを入れてから帰る」ことにしたら，優勝が決定するまでに何個のボールが箱の中に集まるかな？



問題★その2

６チームで総当たり戦（リーグ戦ともいう）をします。全部で何試合するでしょうか。



自分

相手	A	B	C	D	E	F
A		×	○	○	×	○
B	○		×	×	×	○
C	×	○		×	○	○
D	×	○	○		○	○
E	○	○	×	×		○
F	×	×	×	×	×	

○勝ったとき　　×負けたとき

左の表は，ある６チームの総当たり戦の試合の勝敗表です。表の見方は，たとえばDチームの結果を知りたいなら，Dの列を上から下に見ていけば，A～Fのどの対戦結果もわかります。この表を使ってうまく全試合数を求めてください。



問題★その3

山に木がたくさん生えています。山の木の本数を知りたいのだけど，どうやって数えたら能率的に数えられるでしょうか。

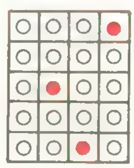


ヒントだよ！　まず，縄（なわ）をたくさん用意します。
つぎに木の1本に縄を1本ずつ結びつけてごらん。

全部の縄の本数	−		＝	木に結んだ縄の本数	＝	



問題★その4



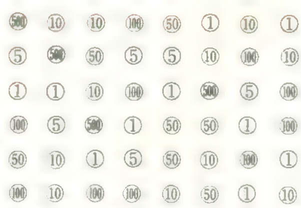
左の箱の中に白いボールは何個あるでしょうか。



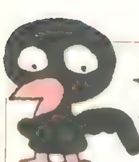
ヒントだよ！　白いボールの個数を直接数えるのは能率的でないよ。



問題★その5



貯金箱の中のコインを並べたら左図のようになりました。さて，合計いくらあるでしょうか。



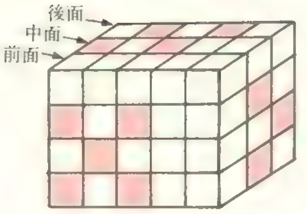
ヒントだよ！

500円——　枚　　10円——　枚
100円——　枚　　5円——　枚
50円——　枚　　1円——　枚

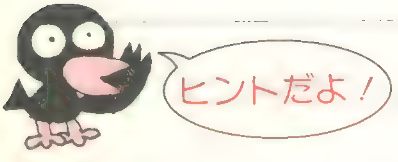
と分類してから数えるんだよ。



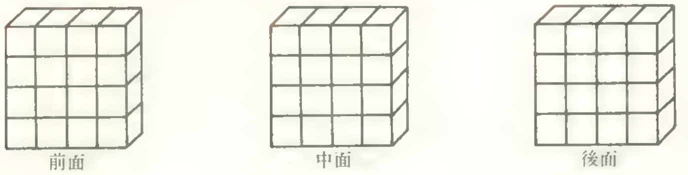
問題★その6



左の図のようなチーズがあります。赤くなっている部分は，ネズミに食べられていて反対側の面までずっと食べられています。チーズは全部で何個残っているでしょうか。



前面，中面，後面の３つの部分に分解して考えてごらん。



ネズミに食べられてしまった所を赤くぬってみましょう。

8月7日(金)

5



最後のリンゴは毒リンゴ

逆思考法

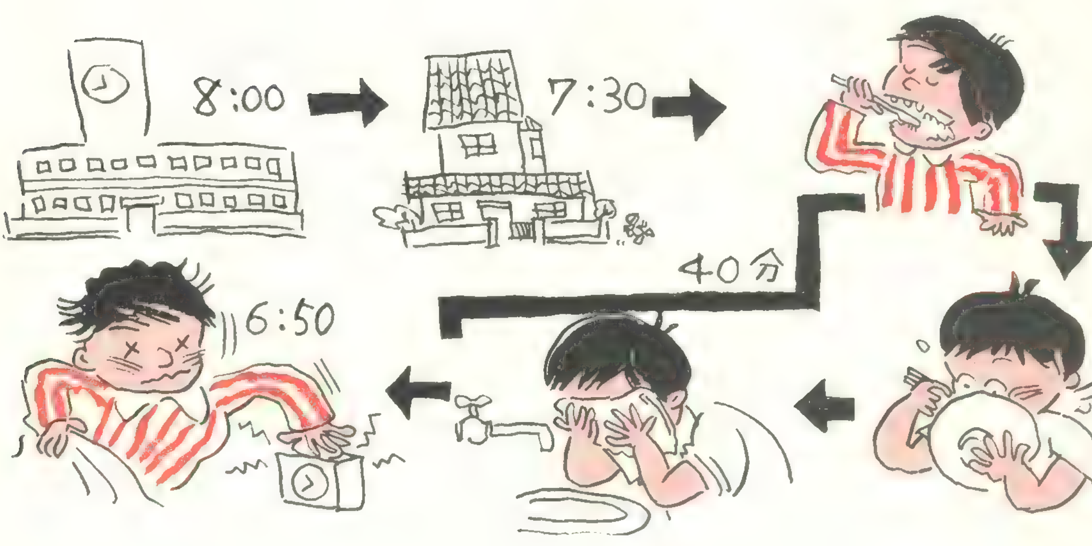
ゲームにはだいたい算数が関係しています。

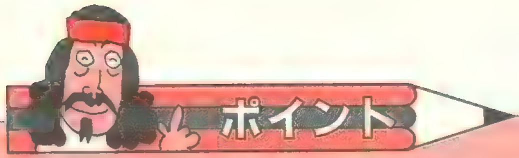
今回は，リンゴ取りゲーム（ふつう，石取りゲームといいます）に勝つための作戦（必勝法）について勉強しましょう。プレーを行う順序に従って作戦を考えると混乱してわかりにくくなってしまいます。

このようなとき，ゲームが終わる時点から逆にたどりながら考え，勝つための方法を求めるとわかりやすくなります。この考え方のことを「逆思考法」とよぶことにしましょう。実はみなさんは「逆思考法」を毎日のように使っているのです。

たとえば8時に登校するためには，学校まで30分かかるなら，遅くとも7時半には家を出なければなりません。また，顔を洗ったり，歯をみがいたり，朝ごはんを食べたりするのが40分かかるとすると，6時50分には起きなければなりません。

このように，学校に遅刻しないようにするためにみなさんは時間的逆算，すなわち「逆思考法」をしているわけです。





ポイント

ゲームの必勝法…２人で交互に対戦するゲームにおいて先手（最初にプレーする人）が上手にプレーすれば後手（２番目にプレーする人）が，どのようにプレーしても必ず勝てる作戦があるとき，〝先手必勝〞といいます。

また，先手がどのようにプレーしようとも後手が上手にプレーすれば必ず後手が勝てる作戦があるとき〝後手必勝〞といいます。

平均…いくつかの数値があるとき，それらの数値の総和を数値の個数で割った値のこと。

例：テストの点の平均（平均点）

A君は60点，B君は40点，Cさんは80点だったら，その平均点は

(60＋40＋80)÷３＝60点が平均点





問題★その１

リンゴ取りゲームをします（１回にどちらの人も１個か２個か３個のいずれかのリンゴを取ります）。

リンゴの中には１つだけ毒リンゴがあって，これを取った人が負けです（だから当然勝つためには毒リンゴを最後まで残しておかなければなりません）。

２人で交互にリンゴを取っていったとき，

(1)　はじめにリンゴが５個あるとき，どのようにしたら後手が勝てるでしょうか？

(2)　６個だったら，先手必勝です。先手ははじめに何個のりんごを取れば勝てるでしょうか？

(3)　７個でも先手必勝です。上と同じ問題を考えてください。

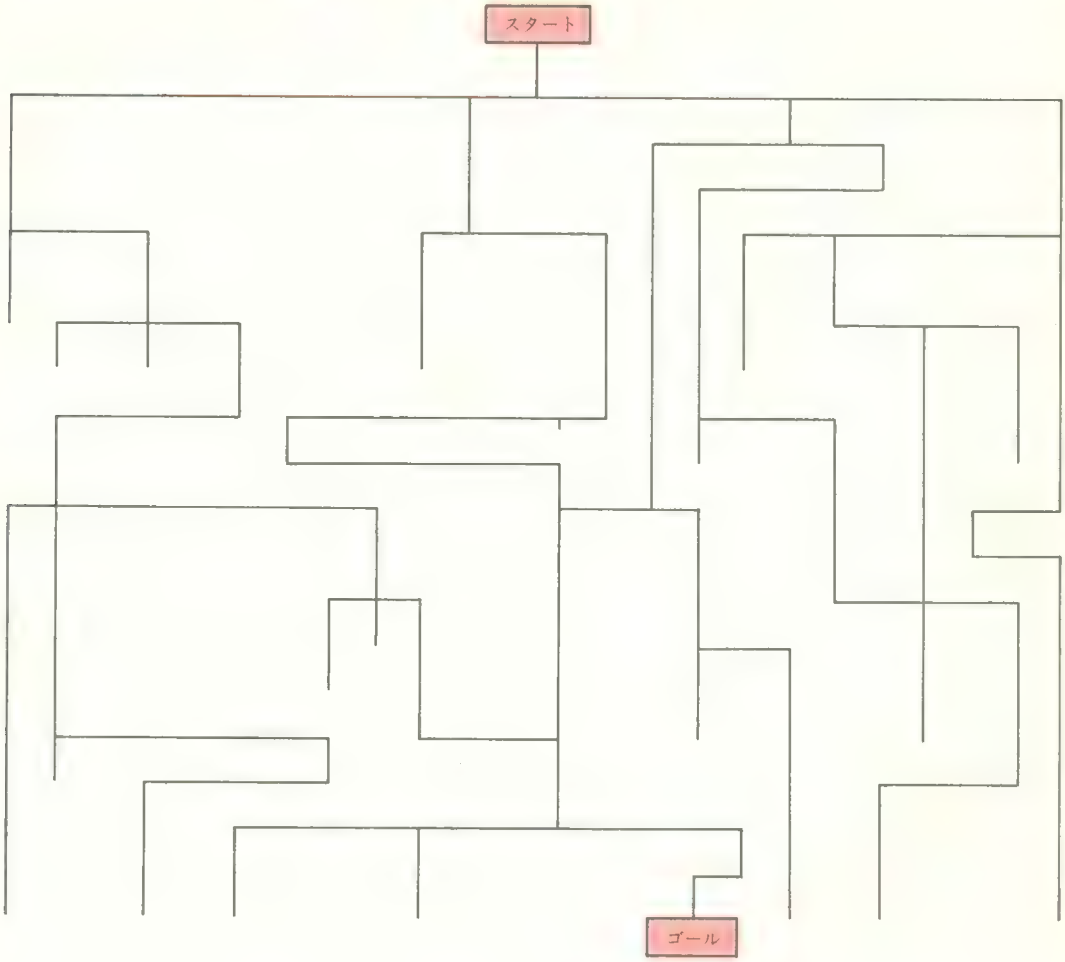
(4)　８個でも先手必勝です。上と同じ問題を考えてください。

(5)　20個でも先手必勝です。上と同じ問題を考えてください。



問題★その2

実線（折れ線）をたどって，ゴールに行くためのルートを逆思考法で求めてください。

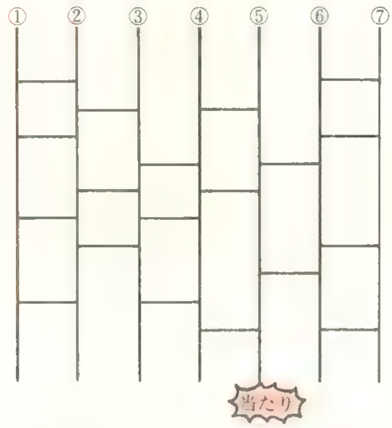




問題★その3

あみだで遊びましょう。〝当たり〟を引くためには何番を選べばよいかを逆思考法で求めてください。

（注） 一般のあみだは下がかくされていますので，逆思考法は使えません。





ヒントだよ！ この場合は，下が見えるのでカンタン。

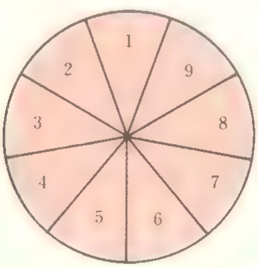


問題★その4

ダーツゲームで遊びましょう。

ルールは１回または２回，玉（または矢）をダーツの板（下図）に投げて最終回に当てた数字の数が君の得点になります。１回目に出た数字を見たあとで，２回目を投げるか投げないかを自分で決められます（つまり１回目でやめることもできます）。

君の得点をなるべく高くするためには，１回目に当てた数がいくつだったら２回目を投げた方が有利でしょうか？　この問題を確率的に考えてください。



ダーツ板（扇形は９個とも同じ形です）



8月8日(土) 6

マンホールのフタはなぜ丸い?

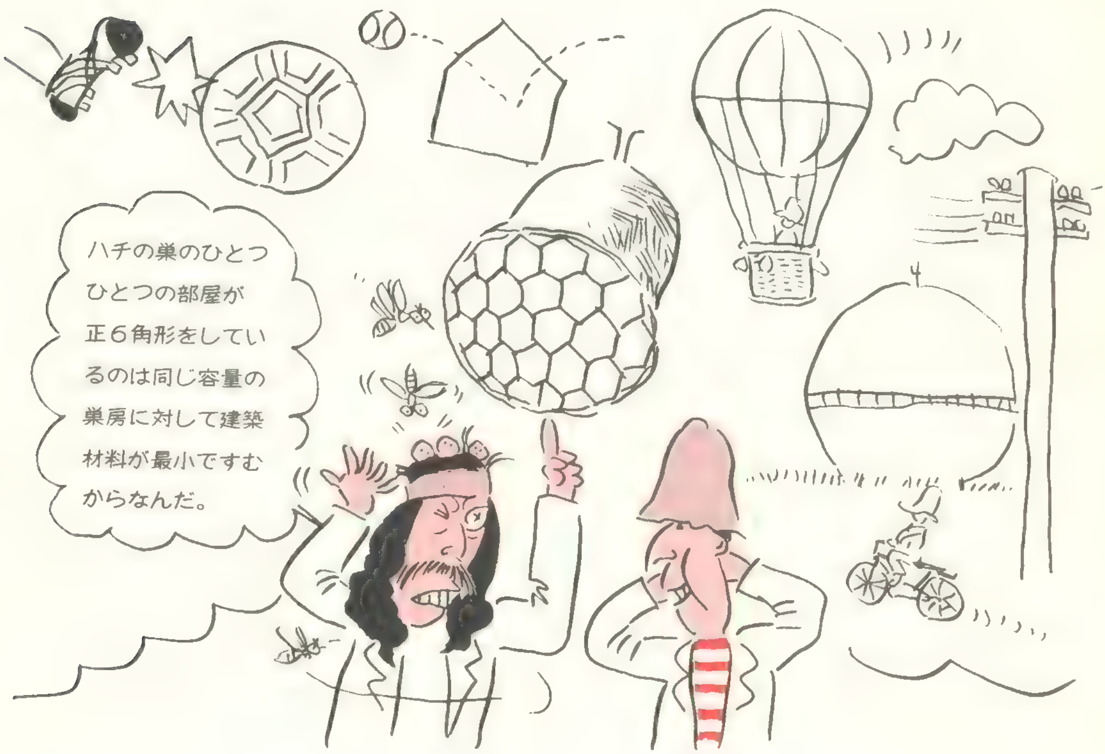
いろいろな形とその特徴

毎日，私たちはいろいろな形を見ています。

したじきは長方形，ホームベースは五角形，10円玉は円，ピンポン玉やサッカーボールは球形，ラグビーボールは楕円球，メガホンは円すい，電信柱は円柱。変わったものでは，ハチの巣は六角形，ガスタンクは球形，卵は卵形などがあります。

自然の中にある物の形をじっくり観察して，分析してみると，その物の形がその形でなければならない理由があります。

自転車の車輪が丸いのは，なめらかに転がるためだし，熱気球が球形なのは，なるべく少ない材料でたくさんの気体をとじこめることができるからです。

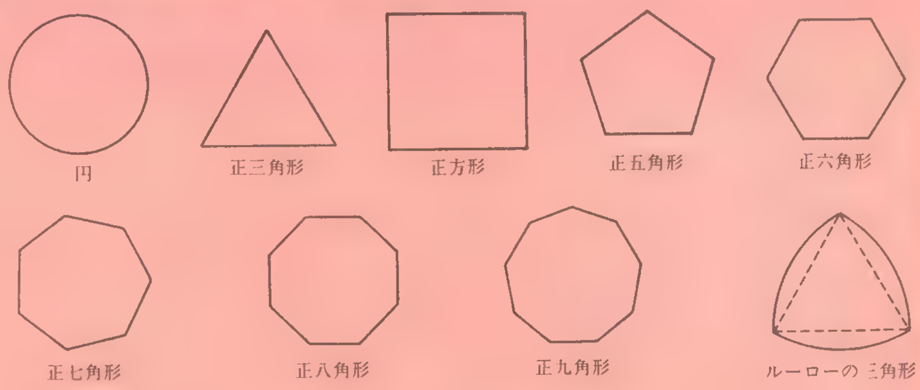




ポイントその1

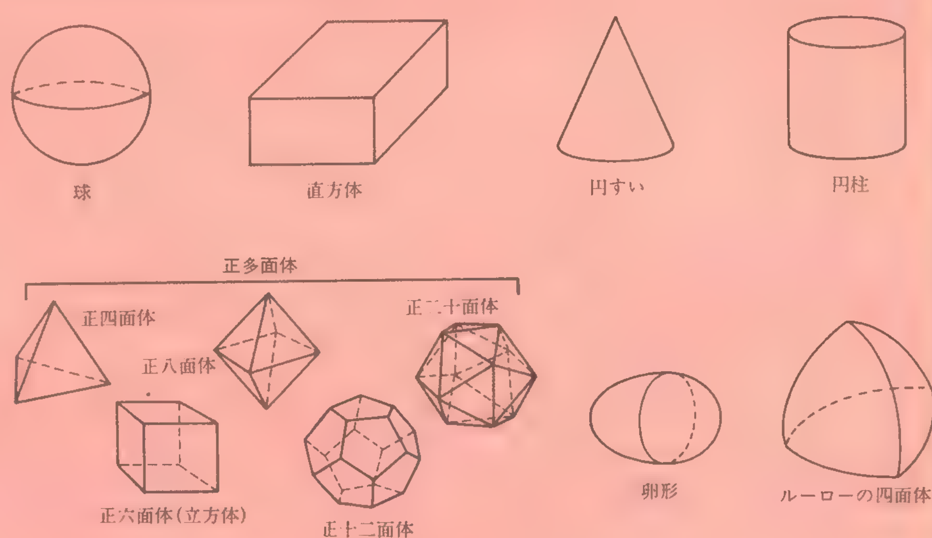
いろいろな形

平面図形



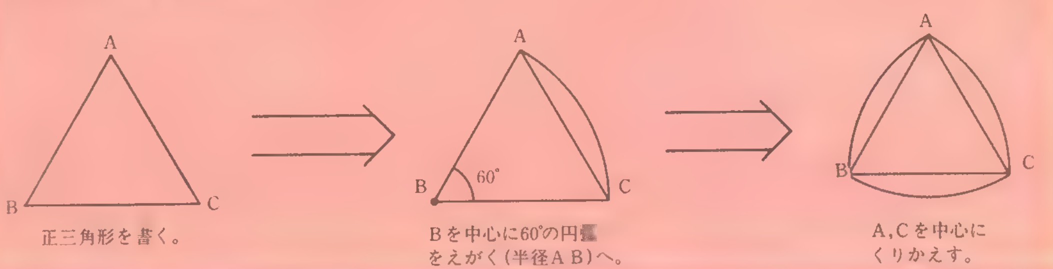
この他にもいろいろな多角形があるんだよ。

立体図形



この他にもいろいろな多面体がある。

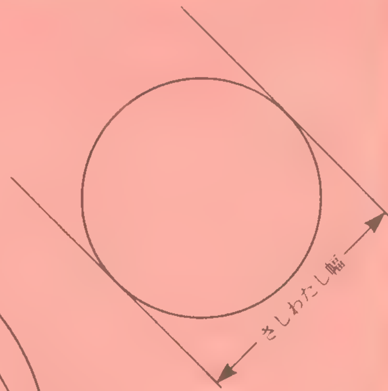
ルーローの三角形の描き方

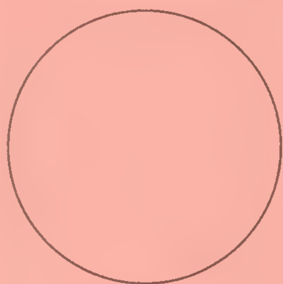




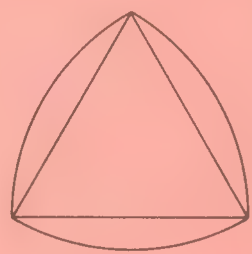
図形の"さしわたし幅"とは、その図形を2本の平行線ではさんだときの間隔のことをいいます。

定幅図形：図形をどこで測っても、そのさしわたし幅が一定の図形のこと。





円



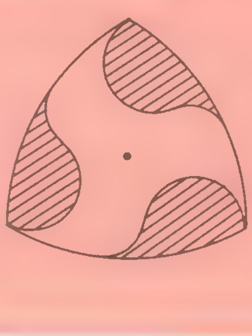
ルーローの三角形

円もルーローの三角形も定幅図形です。定幅図形は、一定の幅で回転できる。この利用がコロなんだね。



円やルーローの三角形のコロなら、上下に動かないけれど三角形ならがたがたと上下動する。

四角形の穴のあく回転ドリルの刃

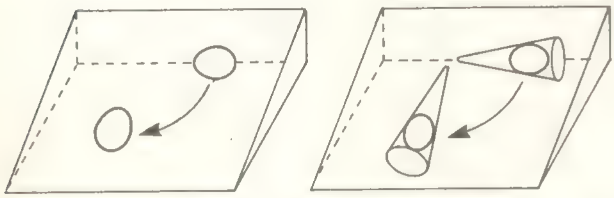


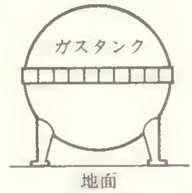
左の絵のように、ルーローの三角形の斜線部分を切りぬく。この形の刃をもつドリルを使うと、不思議なことに四角形の穴があく。

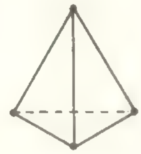


いろいろな形の図形の意味を考えよう

卵が斜面（ゆるやかな）をころがると，いずれ，円弧をえがいて斜面の途中で止まる。下までころがって，割れちゃうことがないんだ。
卵に接する円すいで囲って考えるとわかりやすい。







ガスタンクは表面積を一定にするとき，体積が最大であるという性質をもつ球の形をしている。つまり，ガスタンクをつくる材料費が少なくてすむわけだね。また，三角すい，三角柱なんて形みたいにとがった部分があるとそこにガスの圧力が強くかかってこわれやすくなるのだ。球はなめらかだからある点に力が偏(かたよ)ってかかるという危険が少ないんだよ。



問題★その1

長さの等しいひも（たとえば20cm）で，ある図形を囲むとき面積が最大となるのはどんな形か（ヒント：ガスタンク）。



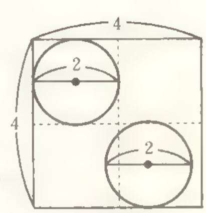
問題★その2

マンホールのふたはどんな形がよいか。



問題★その3

１辺の長さ４の正方形の中に，直径２の円が２つ配置してあります。２つの円が重ならないように勝手に正方形内を動きまわるとき，２つの円の中心点の通過する範囲(はんい)を図に書きましょう。



8月10日(月)　7



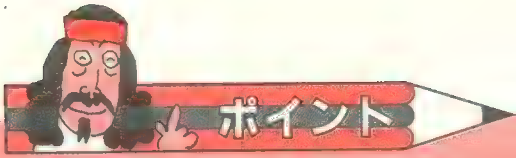
無事に脱出できるかな?

展開図と最短距離

いろいろな形の多面体があります。多面体の研究は古くギリシャ時代から行われています。多面体の表面だけに関する問題のときは，その展開図を描いてみると考えやすくなります。

最短の道に関する問題は何も算数のときだけでなく，日常しばしば出会います。たとえば，家から学校に行くとき，近道を通ったりするのは，その実例です。また家から直接学校に行くより本屋さんに寄ってから行ったほうが遠回りになったりしますね。





○ **最短ルート**…ある地点 a からある地点 b へ行くとき行き方にはいろいろあります。その中で距離が一番短いルートのことを**最短ルート**とよび，その距離のことを最短距離といいます。

○ **展開図**…立体のいくつかのか所にはさみを入れ，それを平面上に開いてできる図形を**展開図**といいます。

○ **正多面体の展開図**

多面体には面，辺（または稜(りょう)），頂点があります。

正多面体とは，各面が正多角形の立体のことです。正多面体は，全部で５種類あり，それらは，正四面体，正六面体（立方体），正八面体，正十二面体，正二十面体です。

その各々の展開図は下のようになります。

正四面体



立方体



正八面体



正十二面体



正二十面体



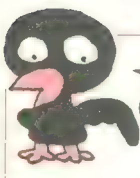


問題★その1

下の図のように２点Ａ，Ｂと直線ℓがあります。直線ℓ上に点Ｐをとって折れ線ＡＰＢを作ります。

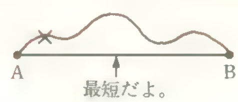
さて，ＡＰ＋ＰＢが最小となるような点Ｐの位置はどこでしょうか？　三角定規やものさしを使って，その点を決定（作図）してください。





ヒントだよ！

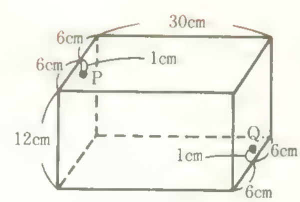
２地点を結ぶ最短ルートはそれらを結ぶ線分です。





問題★その2

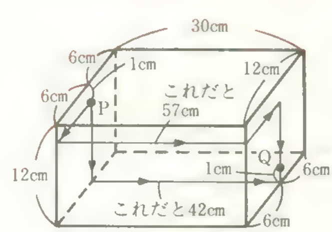
右図のような直方体の側面に２点Ｐ，Ｑがあります。点Ｐから出発して直方体の表面だけを通って点Ｑに着く距離40cmのルートを探してください。





ヒントだよ！

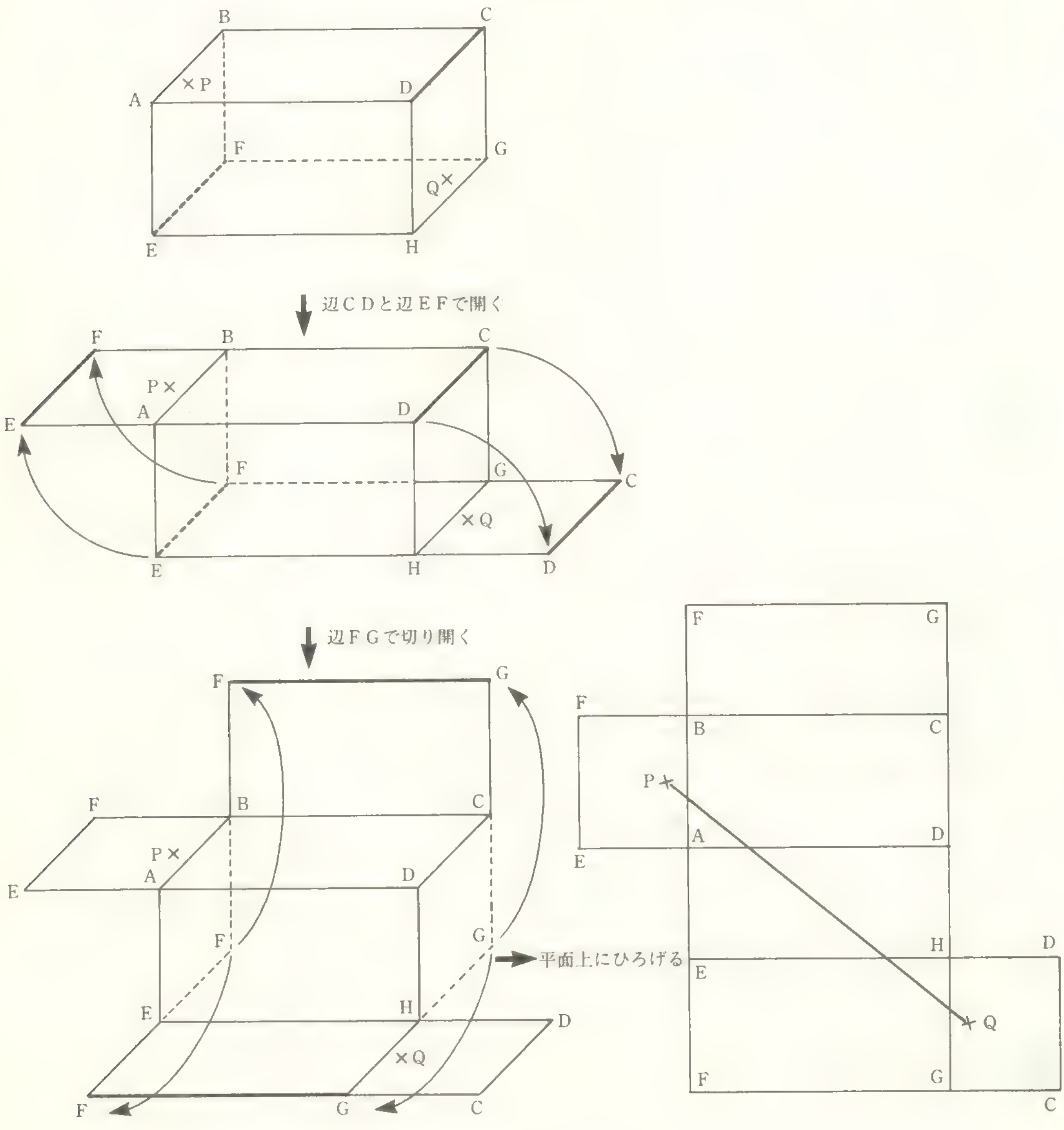
このままで考えていても難しいよね。直方体の側面上にあるＰとＱの位置に注意して，直方体の展開図を描いてごらん。





展開図の描き方

直方体の展開図の描き方を順をおって説明しましょう。



直方体の展開図は辺を切る場所によって，いろいろな形になります。じょうずに展開しないと，点Ｐと点Ｑを結ぶ線分が展開図の外にはみ出しちゃうよ。



問題★その3

下の図のような1辺の長さ2cmの正三角形の位置に3点があります。この3点をつなぐ電話線の総長（長さの合計）が最小になるように電話線を引きたいのです。

図1の(1)と(2)のうちどちらの電話線のほうが短かいか？ものさしで測ってみてごらん。

次に1辺の長さ2の正方形の4頂点の位置にある4点をどのようにつなぐと電話線の総長が一番短くなるか考えてごらん。

図1

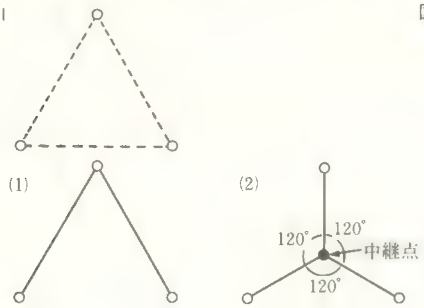
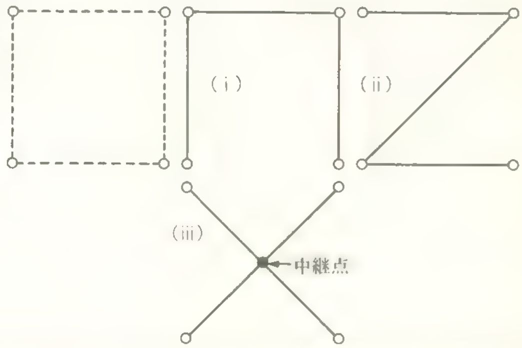


図2



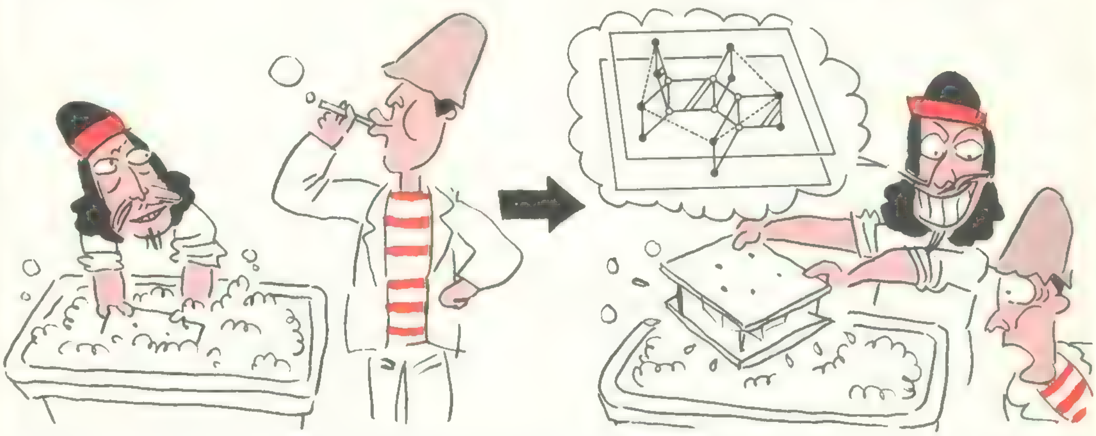


ヒントだよ！ (i)から(iii)をものさしで測って比べてごらん。

〔実験〕正五角形の頂点をつなぐ最短距離の見つけ方

正五角形の頂点の位置に打ちつけられた5本の釘でつながっている2枚の平行なプラスチックの板をせっけん液に入れてごらん。

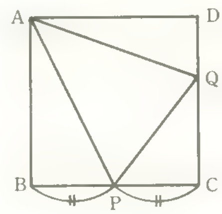
せっけん液からプラスチック板を静かに引き上げたら，なんとせっけん膜が不思議な形を作っているよ。それが答です!!　よ～く，テレビをみててね。

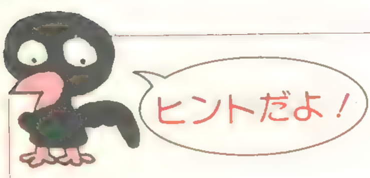




問題★その4

下の図のように，１辺の長さが30cmの正方形ＡＢＣＤがあり，点Ｐ，点Ｑはそれぞれ辺ＢＣ，ＣＤの上にあります。点Ｐが辺ＢＣを２等分する点のとき，三角形ＡＰＱの周りの長さがいちばん短くなるように点Ｑを定めるとき，ＤＱ：ＱＣはいくつになりますか。（筑波大駒場改題）





ＡＰＱＡは閉じた折れ線ですが，ＡＰの長さは一定です。だから，ＰＱ＋ＱＡが最小となるようにＱを定めればいいですね。問題１と同じ方法（おり折し）を使って折れ線ＰＱＡを一直線になるように工夫してごらん。

8月11日(火) **8**



平面図形のファンタジー

三角形と四角形の性質

人間は大昔から物の形や図形に関心をもっていました。というのは，透明なものは見えませんが，そうでないすべての物には形があるからです。だから算数には〝物の形〟や〝数〟に関する問題がたくさんあるのです。形に関する問題を図形問題とか幾何の問題とよびます。幾何の問題は，現在でも活発に研究されていて，おどろくべき新事実が次つぎと発見されています。たとえば，リアス式海岸のギザギザの図形や，六角形のような雪の結晶には，神秘がたくさんつまっています。

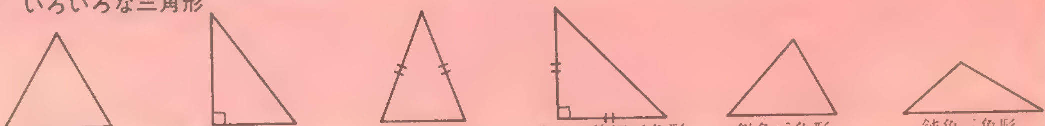
今回は，単純な形だけど大切な図形，三角形や四角形を素材にした楽しい問題について勉強しましょう。





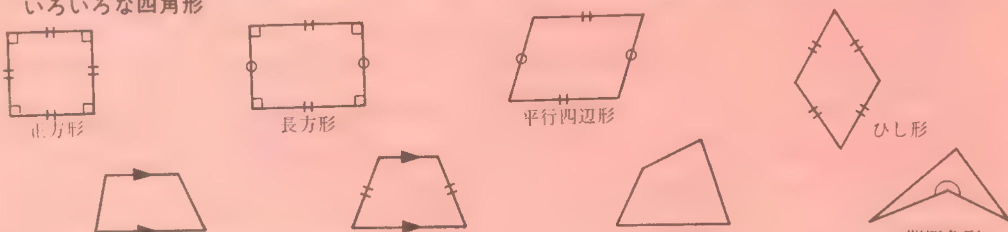
ポイント

(1) いろいろな三角形



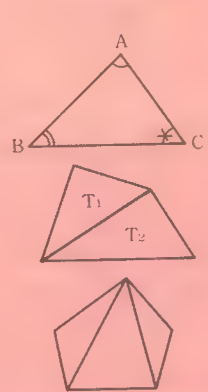
正三角形　直角三角形　二等辺三角形　直角二等辺三角形　鋭角三角形　鈍角三角形

(2) いろいろな四角形



正方形　長方形　平行四辺形　ひし形
台形　等脚台形　凸四角形　凹四角形

(3) いろいろな多角形の内角の和



三角形の内角の和は，

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

四角形の内部に対角線を１本引くと，２つの三角形T_1とT_2に分けられるから，四角形の内角の和は，

(三角形T_1の内角の和)＋(三角形T_2の内角の和)

$= 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$

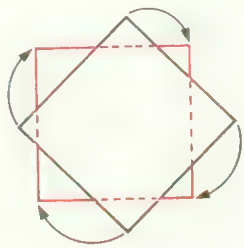
五角形の内角の和は，対角線を２本引くと３つの三角形に分けられるから，

$180^\circ + 180^\circ + 180^\circ = 540^\circ$

一般に，n 角形の内角の和は，　$(n-2) \times 180^\circ$　です。



問題★その１



同じ大きさの２枚の折り紙（正方形）を，右図のように少しズラして重ねてください（ただし，１つの正方形の１辺が他の正方形の２辺と交わるようにしてください）。このとき，２枚の紙の重なっている部分のどこか１点に画びょうをさして，その点を中心として上の方の紙をくるっと回転させると，２枚の紙はぴったり重なります。

さて，どの位置に画びょうをさしたらよいのでしょうか？



ヒントだよ！

２枚の折り紙と画びょうを使って，いろいろなズラしかたをして何度も何度も実験してごらん。何か規則が見えてくるよ。

最初は，正方形の１辺だけでもピッタリ重なるようにしてごらん。



問題その1に関連した不思議なパターン

図1に示す，星空のようなパターンを拡大コピー（約2倍くらい）で2枚とってください。2枚を少しずらして重ね，それをすかしてみると同心円形の輪が浮かび上がってきます（図2）。このとき，同心円の中心を画びょうでさして，上の方の紙を回転させると，2枚の紙はピッタリ重なります。

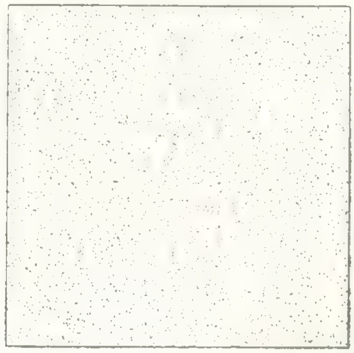


図1

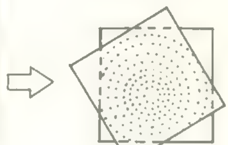
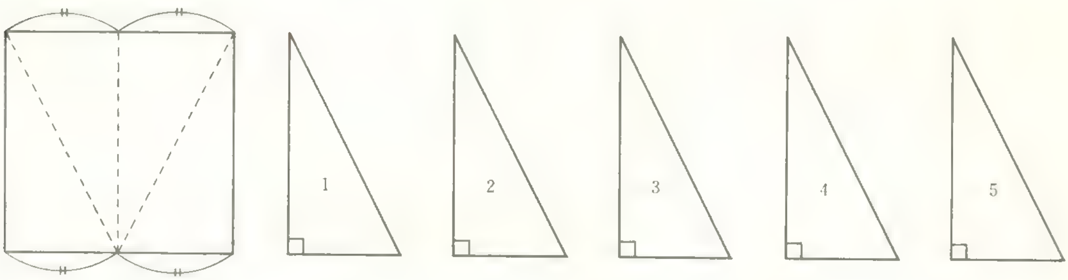


図2



問題★その2

折り紙（または正方形の紙）を，下図の点線部分で切ったときにできる直角三角形を5枚作ってください。そして，その5枚の直角三角形を並べかえて，1つの正方形を作ってみましょう。ただし，5枚のうちの1枚だけは，その1か所に1回だけはさみを入れて2つに切ってもいいことにします。





ヒントだよ！

直角三角形の斜辺（一番長い辺のこと）が，正方形の1辺の長さになるようにまず，4つの三角形を並べてみてごらん。



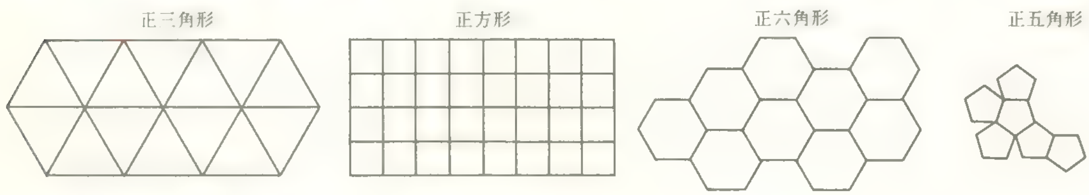


問題★その3

形が同じタイルがたくさんあります。これらのタイルを使って床をすき間なく，また重なることなく敷きつめることを考えよう。

たとえば，正三角形や正方形，正六角形だったらすき間なくキッチリと，平面全体を敷きつめられますね。

でも，正五角形のタイルではうまく敷きつめられません。



では，次のような四角形だったらどうでしょうか？

〈付録６〉のタイルの型紙を使って実験してみましょう!!



また，上の２つの四角形で床を敷きつめられるとしたら，その理由は何だと思いますか？

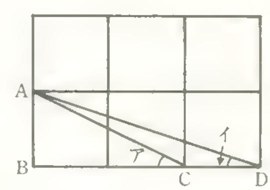
正五角形のタイルでは，なぜだめなのでしょう？



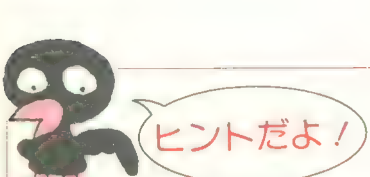
問題★その4

合同な６つの正方形を，右図のようにならべました。アの角度とイの角度の和は何度ですか。

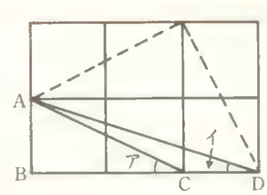
三角形ＡＢＣと合同な三角形をいくつか作って考えてください。



（普連土学園）



アの角度とイの角度が，はなればなれになっているから，この２つの角が１つの頂点のまわりに集まるように工夫するのがポイントだ。この図形の中のうまいところに三角形ＡＢＣと合同な三角形を２つ作ればいいんだよ。



8月12日(水) 9



君も今日からトランプマジシャン!

規則性と10進法のしくみ

今日は，数や計算のトリックを使った2つのトランプマジックを勉強しましょう。

これらのマジックは，鏡で相手の引いたカードをこっそりのぞいたり，相手が引く瞬間にこっそりしるしをつける……なんていう，ごまかしのトリックではなく，数の性質と規則性を利用して作られた立派な算数トリックのマジックです。

ごまかすための高度な技術がいらないので不器用な人でも，ルールに従ってやりさえすれば，相手の選んだカードをうま～く当てることができるんだよ。

算数をトリックにした手品のよさはそこにあるんだよ。

さあ，トランプを用意して，自分で手品をやりながら，どんな数の性質が隠されているのか，また，どんな規則性があるのかをじっくりと分析してみてください。友だちの誕生パーティにいって，このマジックをみんなに見せたら，君はきっと拍手かっさいを浴びるでしょう!!





問題★その1

ジョーカーを抜いた52枚のトランプのカードを相手に渡し，次の順序でカードを操作してもらいます。

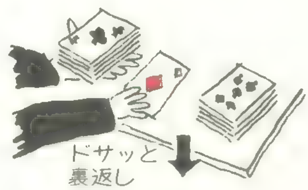
そうすれば相手が選んだカードをピタリと言いあてることができる，不思議な手品です。まず，自分でカードを操作をしながら，次のページの〝ヒント〟にしたがってこのマジックのトリックが何なのか考えてください。

――――手品の手順――――

(a)　相手に52枚のトランプのカードを渡し，トランプをよ～く切ってもらう。

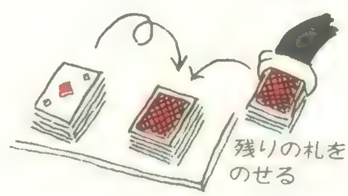
君は目かくしをする。(c)まで終わったら，君は目かくしをとる。

(b)　適当なところで君は「ストップ」と言って相手にトランプを切るのをやめてもらい，トランプの山を表面（数字が見える方）にし，トランプのおもて（数字とマーク）を見ながら，上にあるカードから１枚ずつおもて面が上になるようにトランプのカード21枚を机の上に積んでもらう。



このとき，「13枚目のカード（このカードをＡとよぶ）の数字とマーク」を相手によ～く覚えておいてもらう。

(c)　できあがった21枚のトランプの山を机の上で裏返しにしてもらう。そして，残っている（52－21＝）31枚のトランプも裏返しにして，いまの山の上に積んでもらう（すると，裏返しになった52枚のトランプからなる山ができる）。



(d)　いまできたトランプの山の上から順に４枚のカードをとって，おもて向きに開いて机の上に並べる。

(e)　今，開いた４枚の各トランプの数字で〝10〟より小さいものがあったら，

〝10－(トランプの数字)〟の枚数分だけのトランプを山の上から順にとり出し，裏返しのままそのトランプの近くに置いてもらう。このとき絵札（Ｊ，Ｑ，Ｋ）は〝10〟と約束する。〝６〟だったら，山から４枚のカードをとり出し，裏返しのままその近くに置いてもらう。〝Ｑ〟だったら，１枚もとり出さないことになる。

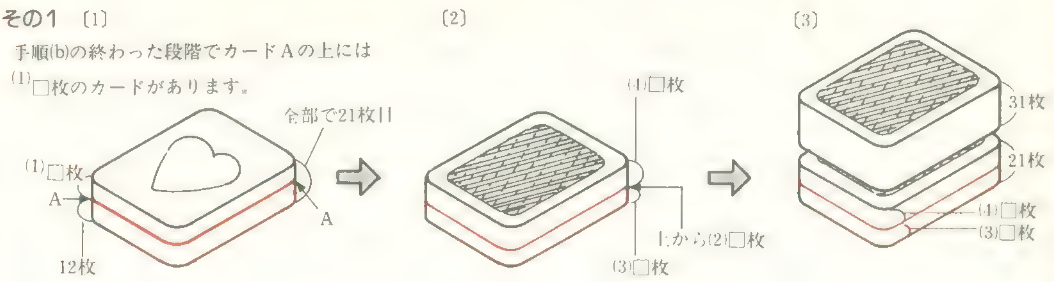
(f)　君は，さっきおもて向きに並べた４枚のカードの数字をこっそりたし算する。

その答えが△なら，相手に〝さっき覚えてもらった13枚目のカード（すなわち，Ａ）は，残ったカードの山の上から△枚目にあるでしょう〟と予言し，上から△枚目を見ると，ズバリ，さっき覚えてもらったカードＡが出てくる。



つぎの□の中に，適当な数を入れてください。

その1



手順(c)で，この21枚のトランプの山を裏返すと，カードAは上から(2)□枚目。
よって，カードAの下には(3)□枚，上には(4)□枚のカードがある。

手順(c)で，残っている31枚のカードを乗せると，カードAの上には(5)□枚のカードがあります。だから，カードAは上から(6)□枚目にあります。

その2

〔i〕さて，めくった4枚のカードが全部10だったら，残っている山の上から40枚目のカードはな～んだ。

〔ii〕めくった4枚のカードがたとえば 6♡ 7◇ 3♣ 8♠ だったら手順(f)の終わった段階で，Aは上から何枚目のカードか？



問題★その2

では，さっきとは違う新しいトランプマジックに挑戦しましょう。

以下の手順にしたがって，トランプを操作すると，相手に引いてもらったカードが，君の呪文（じゅもん）に従って現われてきます。

なぜでしょうか。

そのトリックを考えてください。

手品の手順

(1)　あらかじめ，18文字の呪文（たとえば〝てんのかみさまのいうとおり，ふしぎだな〟）を考えておく。

(2)　ジョーカーを抜いた52枚のトランプを相手に渡し，君は目かくしをする。
(6)が終わるまで，相手がトランプを操作している場面を見てはいけない。

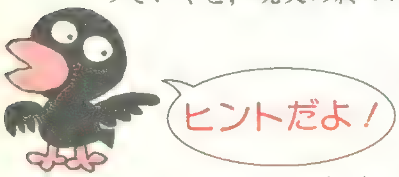
(3)　相手に「52枚のトランプをだいたい半分ぐらいだと思うところで2つに分けてください（正確に2等分する必要はなく，目分量でいい）」と言って2つの山に分けてもらう。

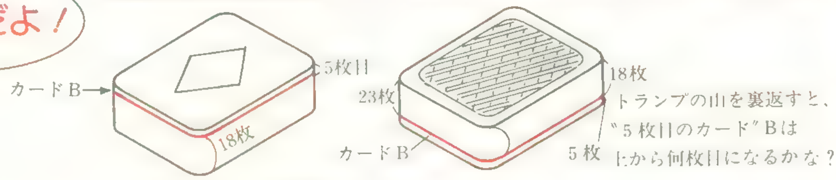
(4)　相手に2つのトランプの山のうち，片方の山を手に持ってもらい，もう1つの山は裏返しにして机の上に置いてもらう。

(5) 手に持ってもらったほうのトランプの山のおもて面を見ながら，その山にあるトランプの枚数を相手に数えてもらう。そして，その枚数の10の位と 1 の位の数をたしてもらう。
その数を△とする。

(6) トランプのおもて面を見ながら，△枚目のカード（このカードをAとよぶことにする）を覚えておいてもらい，再び手に持っているカードの山を裏返して，机の上にあるもう一方のトランプの山の上に乗せてもらう。

(7) 君は目かくしをとり，18文字の呪文を唱えながら，1 文字に対しカードを 1 枚ずつめくっていくと，呪文の終った次に必ずそのカードAが現われる。

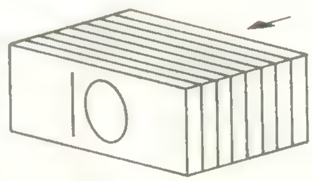




手に持ったカードが23枚だったとする。
するとおもてから、2 + 3 = 5 枚目のカード
Bを覚える。5 枚目のカードBの下は
23－ 5 ＝18 枚のカードがある。

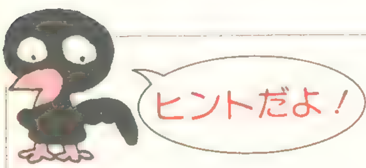


表と裏に 1 から12までの数字のうち 1 つを書いた板がたくさんあって，どの板も表と裏の数字をたした数は13になっています。



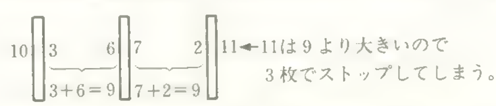
表に10と書いた板を図のように置いて，2 枚の板の重なる面に書かれた数字のたした数がいつも同じになるように 1 列に並べていくと，6 枚目を並べることができなくなりました。

5 枚目の板を矢印の方向から見たとき，書いてある数字は何でしょう。 (慶応普通部)



「2 枚の板の重なる面に書かれた数字の和」——ここに注目してください。

この 2 つの数字の和が，たとえば 9 だったらどうなるだろうか？



3 枚より多く板を並べることはできないことがわかるよ。他の数だったらどうなるかな？　実験してごらん。

8月13日(木) **10**



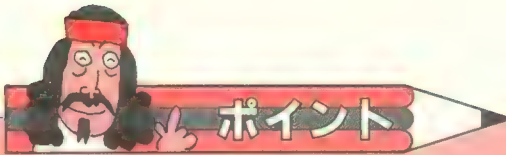
上手に切って円満解決

三角形と四角形の面積

工作をしたり，洋服をつくるときに紙や布に型紙を当てて，その形のとおりに切り抜きます。でも，切りとる紙や布が細長い形だったら，たとえ面積は十分に足りていても型紙がはみ出てしまい，うまく切りとれませんね。

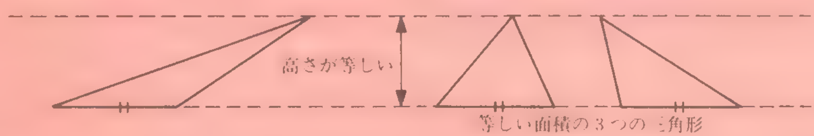
昔から細長い形の布や紙または土地に切りこみを入れて並べかえ，同じ面積の整った形（特に正方形）に直す作業は人々の注目を浴びていました。こういう種類の問題を本にまとめて，有名になったのは〝現代パズルの創始者〃とよばれているロイド（1841～1911，米国）とデュードニー（～1930，英国）という人たちです。これらの問題は**等積**（面積が等しいという意味）**問題**とよばれ，算数的にもずいぶんと熱心に研究されてきました。その結果，このようなパズルによって図形に関するキレイな定理（真実）も数かず発見されました。今日は，いろいろな形をパズル感覚で楽しんでみましょう。





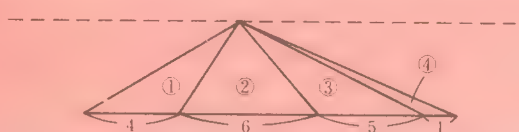
三角形の面積

○底辺の長さと高さがそれぞれ等しい三角形の面積は等しい。

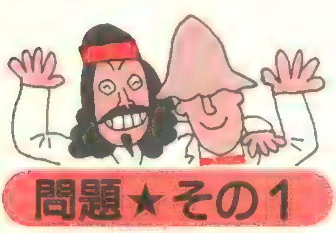


○高さが等しい三角形についてそれぞれの底辺の長さの比は，それぞれの三角形の面積比に等しい。

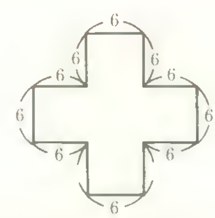
（例）



①，②，③，④の三角形の面積比は，それぞれの底辺の長さの比で，①：②：③：④＝4：6：5：1



右の十文字型の紙を何か所か切断して並びかえることによって正方形をつくってください。

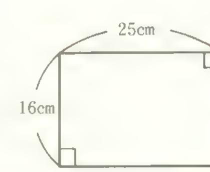




図の上に正方形を書くと，その正方形からはみ出す部分と，たりない部分ができるね。はみ出した部分でたりない所をうめる工夫をしてごらん。



右の長方形を階段状に切って2つの部分に分割し，それらをはりあわせて正方形に直すことができるでしょうか？

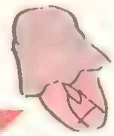




25×16＝20×20だから，1辺の長さ20cmの正方形をつくりたいのだね。そのためには，よこが5cm長すぎて，たてが4cmたりないよ。



時間があるときに
自分で考えてみてね



チャレンジ問題

右の長方形を正方形に直してください。

ヒント：１辺の長さ６cmの正方形になるよ。

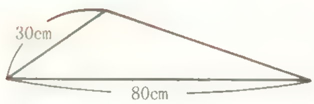




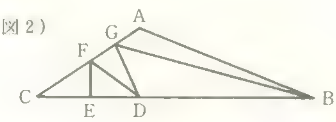
問題★その３

図１の三角形を，図２のように面積の等しい５つの三角形に分割します。このとき，線分ＣＥ，ＥＤ，ＤＢ，ＣＦ，ＦＧ，ＧＡの長さは何cmになるでしょうか。（城北中改題）

（図１）

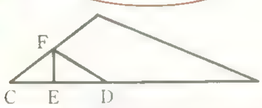


（図２）





ヒントだよ！

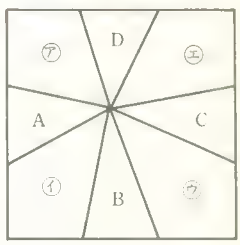


まず，頂点Ｆを共有している△ＣＥＦと△ＥＤＦに注目しよう。２つの三角形△ＣＥＦと△ＥＤＦの面積が等しくなるには，ＣＥとＥＤの長さの比がどうなればいいかな？　次に，△ＧＤＣと△ＧＤＢに注目してごらん。そうすればＣＥ，ＥＤ，ＤＢの長さが求まるね。



問題★その４

１辺の長さ12cmの正方形の各辺を３等分した点をとります。次に，正方形の内部の勝手なところに１点をとります。そして，それらを右図のように結んでください。



このとき，４つの四角形㋐，㋑，㋒，㋓と４つの三角形Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄができます。すると，内部の点をどこにとっても４つの三角形Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの面積の和はいつも同じです。さて，４つの三角形Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの面積の和はいくらでしょうか？（高輪中）



ヒントだよ！

三角形Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄひとつひとつに注目するんじゃなくて，ＡとＣ，ＢとＤというふうに，むかいあっている２つの三角形ごとに注目してごらん。

8月14日(金)　11



断層写真を写してみれば

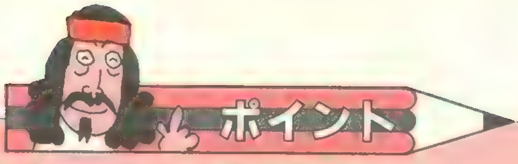
立体と断面図

1895年にドイツの物理学者ヴィルヘルム・K・レントゲン博士は，ふとしたことからX線を発見し，それ以来，人類は身体を開けないで体内を透かしてみることを可能にしました。その業績によって，レントゲン博士は第1回（1901年）のノーベル物理学賞を授与されたのです。レントゲン博士の授賞から78年たった，1979年のノーベル医学賞は，アメリカのコーマックとイギリスのハウンズフィールド両博士に授与されました。彼らの業績は，ＣＴスキャナー（物体をX線でいろいろな角度から撮影し，その物体の内部の断層写真を，コンピューターが写しだす装置）を開発したことです。日本でも多くの病院において，この装置はもはや必要不可欠なものになっています。

今回は，このＣＴスキャナーの考え方を使っていろいろな立体の形や切り口を調べてみましょう!!



⑪断層写真を写してみれば



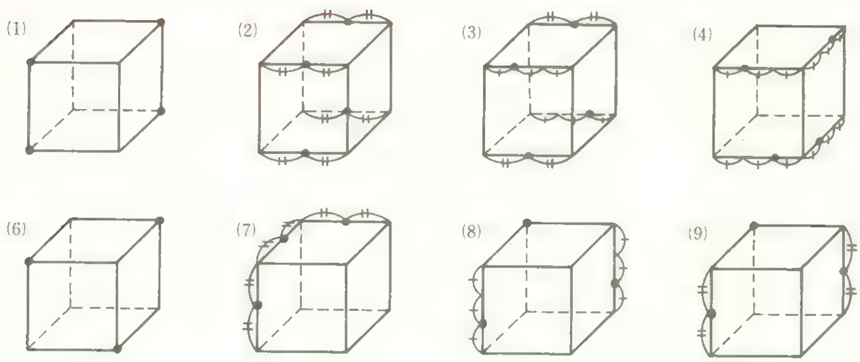
(1) ナイフを１回入れて，立方体や直方体の平行な２つの面を切ると，２つの面に現われる切り口の線分は平行です。

(2) ナイフを１回入れて，立方体や直方体を切るとき，ナイフが切ったそれらの立体の面の個数と，そのとき切り口に現われる多角形の辺の本数は同じです。



問題★その１

立方体を，次のような点（図の黒点）を通る平面で切ったときにできる断面に現われる図形（切り口）は，それぞれどんな形をしているでしょうか？　大根や消しゴムを切って調べてみてください。

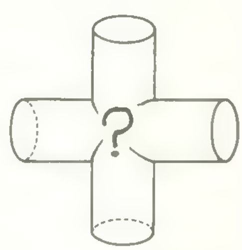




問題★その２

右図のように，同じ半径の円柱が十文字に交差しています（このような立体を研究したアルキメデスにちなんで，この立体は，アルキメデスの立体とよばれています）。

このとき，２つの円柱が重なっている部分がどんな形をしているのかわかりますか？　この立体は，誰（だれ）にとってもどんな形をしているのかがわかりにくいのです。そういうときは断面を調べるよいのです。テレビで博士とノッポさんがコンピューター・グラフィックを使って断面を調べながら，この立体の形について勉強します。テレビを見たあと，この立体の絵のスケッチをしてみてください。



（アルキメデスの立体）

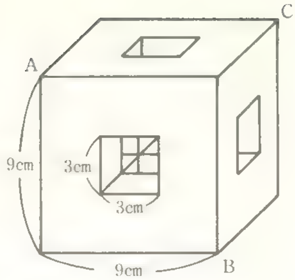


問題★その3

1辺の長さが9cmの立方体があります。この立方体の向い合った面から面まで，1辺の長さが3cmの正方形の穴を作ります。ただし，穴はそれぞれの面の中央にあいています。

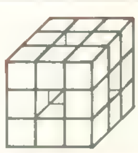
この立体を，頂点A，B，Cを通る平面で切ると，その断面図はどんな図形になりますか？

(灘中改題)





9×9×9の立方体を，3×3×3の立方体が27個できるように区切って考えてみよう!!



(注意)あしたの放送は午前10：50〜11：15です。

8月15日(土) **12**



きょうの放送は
午前10：50〜11：15
です。

宝物はどこにある？

規則性と暗号解読

海賊(かいぞく)が隠した宝物を探し出す話を聞いたことがありますか？　海賊が敵に追われたとき，敵に奪われないようにある島に自分の宝物を一時的に埋めておくのです。後でそれを掘り出しにくるときに，宝を埋めた場所がちゃんとわかるように宝のありかをしるしておかなくてはなりません。

敵が宝のありかを書いた紙を見ても，その場所がつきとめられないようにするために，宝のありかなどの秘密は複雑な記号や数字で書かれた暗号文になっていて，何らかの規則性を見い出さない限り解読できないようになっているのがふつうです。

さあ，君たちもいっしょに昔の人が隠した宝物を探しに出かけましょう。

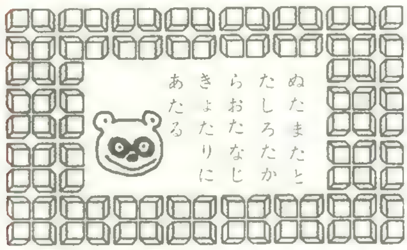


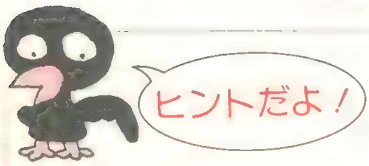
博士とノッポさんは3つの暗号文を手に入れました。その3つの暗号文を解読すると，森の中に隠されている宝のありかがわかるのです。さぁ，君も3つの暗号文を解読して前ページの〝森の地図〟のどの位置に宝が隠されているのか，つきとめてください。



問題★その1

～暗号文その1～　〝第1の暗号文〟を解読して，暗号文の中に隠されているメッセージを，〝森の地図〟の中に書きこんでください。ただし，城は点P，沼は点Qとして作図してください。



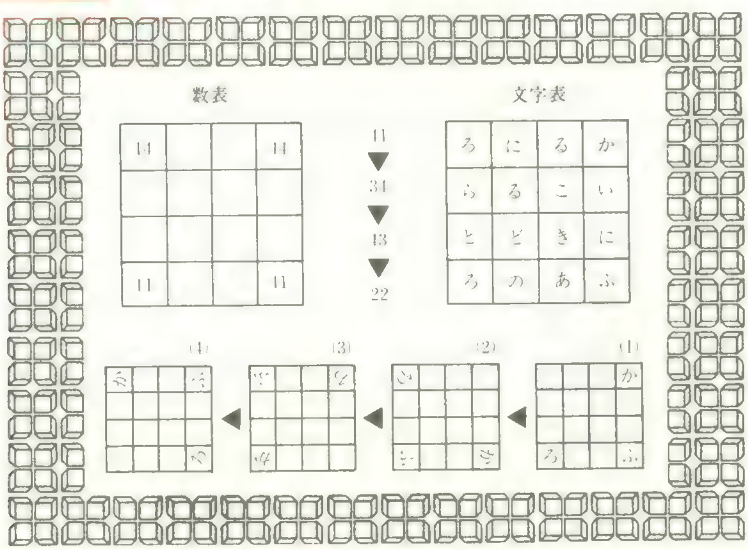


暗号文の中にはなんだか，〝た〟の文字がたくさん出てきますね。最後のタヌキの絵が意味しているのは何でしょうか？



問題★その2

～暗号文その2～　〝第2の暗号文〟を解読して，この暗号文に隠されているメッセージを〝森の地図〟の中に書きこんでください。ただし，古井戸の位置は×印のところです。



数表

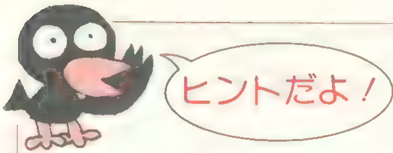
14			14
11			11

11 ▼ 34 ▼ 43 ▼ 22

文字表

ろ	に	る	か
ら	る	こ	い
と	ど	き	に
ろ	の	あ	ふ

(4) ◀ (3) ◀ (2) ◀ (1)



「難しくてわかんないよ～」という人は，次の順序にしたがって解読してごらん。

(1)　左上の数表には4つの数しか書きこまれていない。マス目に入れる数字の規則を読みとって，数表の空白の部分に入る数字を書きこんでみよう。

(2)　数表と文字表のマスを対応させると，〝11〟は〝ろ〟，〝41〟は〝ふ〟，〝44〟は〝か〟，……という具合に数字をひらがなに直せる。「41→34→43→22」という数字をひらがなに直したら，どんな言葉が現われるかな？

(3)　暗号文の下に，4つの文字表が矢印で順序が示してあるね。どうやら，「これは右上の文字表を時計まわりに90°ずつ回転させてゆけ」ということらしい。

(1)の状態で，41→34→43→22の位置にあるひらがなを読み，次に，(2)のように回転した状態で　41→34→43→22の位置にあるひらがなを読み，次の(3)の状態で……。こうやっていくと16文字の暗号文が解読できるゾ。

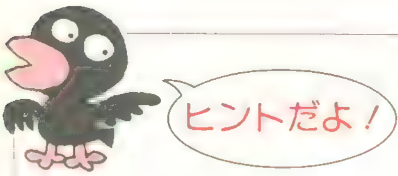


問題★その3

～暗号文その3～

(5－赤)→(4－赤)→(6－青)→(3－青)
→(3－桃)→(9－桃)→(4－青)→(3－桃)
→(9－青)→(1－赤)→(8－赤)→(4－緑)
→(10－緑)→(8－青)→(4－緑)→(9－赤)
→(2－赤)→(0－青)→(11－緑)→(0－黄)

しゃ	きゃ	わ	ゐ	や	ま	は	な	た	さ	か	あ
×	×	ん	り	×	み	ひ	に	ち	し	き	い
しゅ	きゅ	°	る	ゆ	む	ふ	ぬ	つ	す	く	う
×	×	″	れ	×	め	へ	ね	て	せ	け	え
しょ	きょ	!!	ろ	よ	も	ほ	の	と	そ	こ	お



たとえば，『さんすうだいすき!!』という文は，

(2－赤) → (9－青) → (2－黄) → (0－黄)
さ　ん　す　う

→ (3－赤) → (9－桃) → (0－青) → (2－黄)
た　〃　い　す

→ (1－青) → (9－緑)' と表わせるよ。
き　!!

8月17日(月)　13



お墓に書かれた年齢のなぞ

数の図式化

君のおとうさんやおかあさん，また兄弟，おじいさんやおばあさんの年齢から，いろいろな算数の問題がつくれるよ。

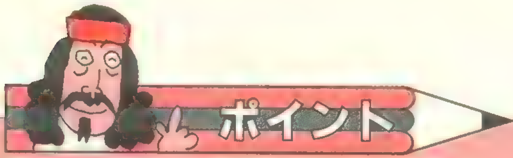
何年たっても君の年齢はおとうさんの年齢を超えることはできないし，その差はいつも同じ数だね。

じゃあ，（君の年齢）＋（おとうさんの年齢）は今から50年後にはどんな数になる？

君とおとうさんの年齢の和が100になるのはあと何年かかる？　あっ，そうか。君とおとうさんの年齢の差が奇数だったら，永遠に年齢の和は100にならないんだ。その理由，わかるかな？

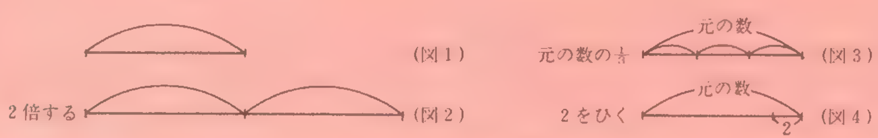


⑬お墓に書かれた年齢のなぞ



数の図式化

『わかっていないある数を〝何倍する〞，〝何分の1にする〞，〝いくつかの数をたす（ひく）〞』そういった操作をした後，元の数を求めなさい。という問題は，元の数を下図のような長さの線分（図1）で表わして考えると便利です。〝2倍する〞ときは，元の長さを2倍した線分（図2），〝元の数の$\frac{1}{3}$〞というなら，元の線分を3等分したひとつを書きます（図3）。〝元の数から2をひく〞というのなら，図4のように書きます。このように数を線分の長さで表して図の中に書きこんでいくと，問題がわかりやすくなります。





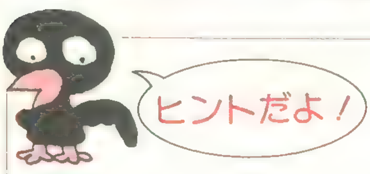
問題★その1

ディオファントスという数学者の墓標には，つぎのようなことが書かれています。

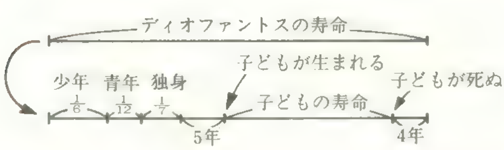
『ディオファントスはその一生の$\frac{1}{6}$を少年，一生の$\frac{1}{12}$を青年，さらにその後は，一生の$\frac{1}{7}$を独身で過ごした。彼は結婚してから5年後に子どもが生まれ，子どもは彼より4年前に，彼の寿命の半分でこの世を去った』

さて，ディオファントスは何歳まで生きましたか？

（相模女子大・中学部）



ディオファントスの年齢を，下図のような長さの線分で表そう。



この長さの$\frac{1}{6}$が少年
$\frac{1}{12}$が青年，……
と寿命に対する割合を図の上に，図の下には年月を書きこんでいって，線分をうめて考えてごらん。



問題★その2

相手に好きな数を思いうかべてもらいます。そして，相手に次の順序で自分にわからないように計算してもらい，最後に求まった数を答えてもらいます。その数から相手が最初に思いうかべた数を当てるマジックです。

相手に計算してもらう順序

(1)　好きな数を思いうかべてもらう。

(2)　その数を3倍して，1をたしてもらう。

(3)　その数を，さらに3倍たしてもらう。

(4)　その数に，最初に思いうかべた数をたしてもらう。

最後に答えてもらった数の1の位の数をとり除いた数，(答えが，○△□という3桁の数だったら，○△という2桁の数）が，最初に相手が思いうかべた数です。

実際に，だれかとやってみながら，なぜそうなるのか理由を考えてください。



相手が思いうかべた数を，├──┤で表わすことにしたとき，上の(1)～(4)を計算した答えがどんなふうに表わせるか，図式化して考えて書いてごらん。



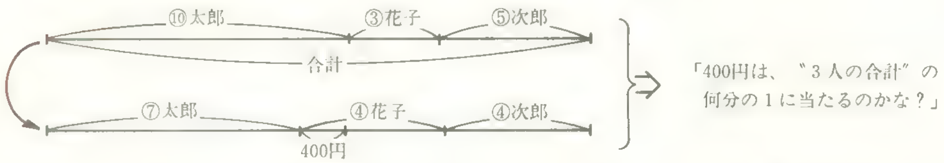
問題★その3

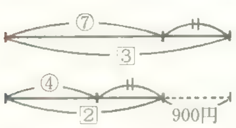
太郎，次郎，花子の3人の兄弟が持っているおこづかいの割合は，10：5：3でしたが，太郎が花子に400円を渡し，また次郎も花子にいくらか渡したので，その結果は，7：4：4の割合になりました。そこへおとうさんがやってきて，3人に同額ずつのおこづかいを渡したので，3人の持っている金額は，3：2：2の割合になりました。おとうさんは3人にそれぞれいくらずつのお金を渡したのでしょうか。



次の順序で求めてごらん。

1)　最初の3人の〝10：5：3〟から〝7：4：4〟の状態への変化では，3人の持っているおこづかいの合計金額は変わっていない。このことに注意して図を書いてみよう。





(2)　おとうさんに同じ金額をもらっても，太郎と次郎のおこづかいの差は変わっていない。2人のおこづかいの差が前と後で，それぞれ何分の1になっているのかな？

8月18日(火) **14**



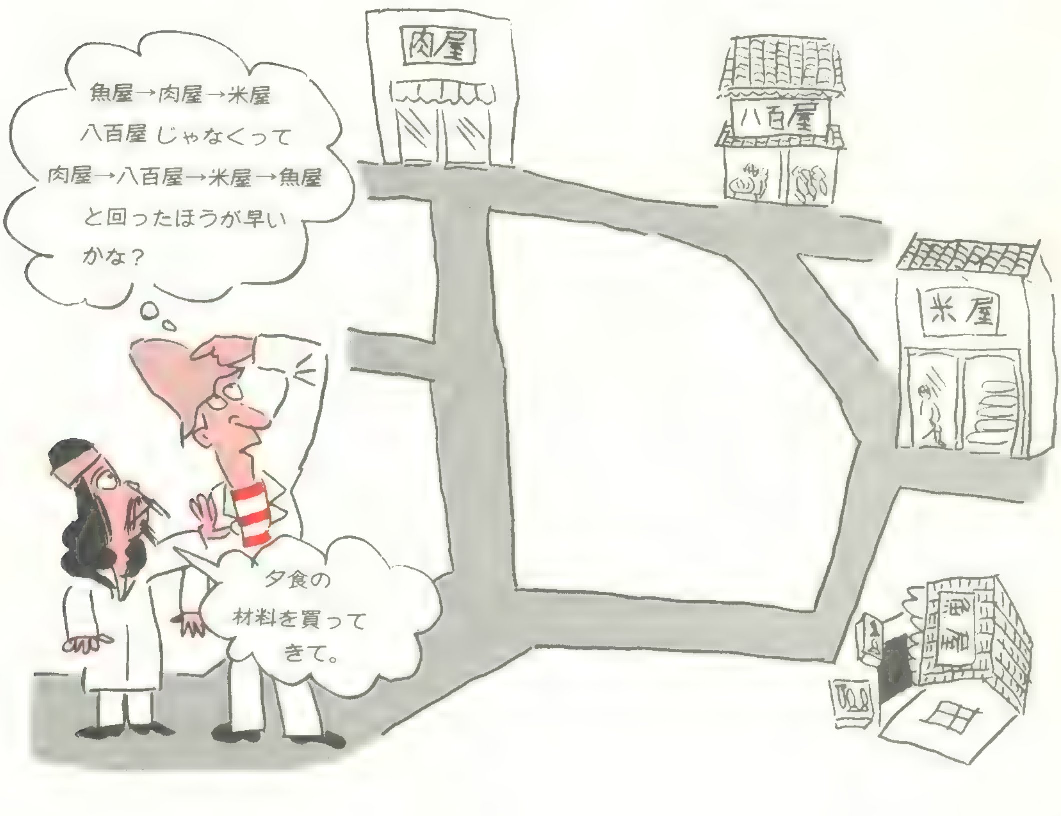
仕事は能率的にかたづけよう

手順と論理

「今日は1時から友だちとプールに泳ぎに行くから，その前に，おかあさんにたのまれていた買い物をすませちゃおう」だとか，「買い物に行く道の途中にポストがあるから，買い物に行く前に手紙の返事を書いて出しちゃおう」なんていうふうに，ふだんの生活の中でも，作業する順序をちょっと工夫してみるだけで，ずーっと能率的になることはけっこうあるよね。

作業の順序を考えて仕事を能率的にすることは，日常生活だけにとどまらず，コンピューターにじゃんじゃん仕事をやらせるためにも大切なんだ。だから最近多くの研究者たちが上手なスケジュールの立て方の研究に取り組んでいるんだよ。

今日は，仕事の能率をあげるための作業順序についていろいろと考えてみようね。





ポイント

図の利用

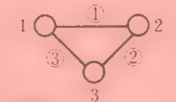
2人で電話するとき，

各人を点で表わし，2人の間の通話を線で表わす(図1)。○印の中の数は通話の順番を表わすとします。



(図1)

3人のときたとえば図2のように表わす。



(図2)

4人のときたとえば図3のように表わす。この図に示す順で通話をすると，1回目に1と2，2回目に3と4，3回目に2と3，4回目に1と4が通話をしていることになります。



(図3)



問題★その1

北海道のおじさんからの手紙の解決方法を考えよう。

前略

私は，北海道の牧場で，5頭の馬を飼っています。夏の間，馬たちをすずしい所で過ごさせるために，湖の近くの放牧場へ連れて行っていました。そろそろ秋めいてまいりましたので，村の牧場へ移動しなければなりません。

ところが最近，途中で熊が出ることがあるので5頭の馬をいっぺんに連れて行くことは危険でできません。

1回に連れて行けるのは，私が乗っかる馬ともう1頭の馬の2頭だけです。馬が湖の放牧場から村の牧場まで走るのには，次のページの表のように差があります。どういう順番で馬を運べば，一番早く移動が終わるのでしょうか。

北海道のおじさんからの手紙（1枚目）

馬の名前	A	B	C	D	E
片道にかかる時間	2分	3分	5分	8分	11分



おじさんからの手紙（2枚目）



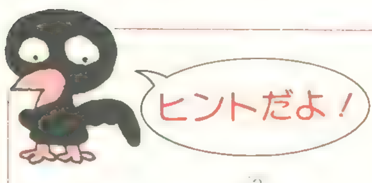
問題★その2

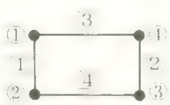
世界中に7つの支社をもつ商社を経営しているおじさんから，下のような相談の手紙が送られてきました。おじさんの相談を解決してあげてください。

前略

わたしの経営する商社は，世界の7つの都市（東京，ニューヨーク，パリ，ロンドン，シドニー，モスクワ，ギニア）に支社をもっています。7つの支社では，どれも異なる情報をもっています。この7つの情報を，どの支社も知っていなければなりません。そこで各支社が，それぞれ自分以外の6つの支社と直接電話で話せるように互いに国際電話をかけて情報を入手していました。しかしその方法では全体で21回も通話をしないと，すべての支社に情報が行きわたらないので，面倒です。なんとか，電話をかける順番を上手にきめて通話の回数をもっと少なくする方法はないでしょうか。また，最低何回通話すれば情報が行きわたるのでしょうか？　ただし，AとBが通話するとき，A，Bは彼らの知るすべての情報を伝えあうとします。

商社を経営しているおじさんからの手紙





〝各都市にある支社を点で表わし，2つの支社が直接電話で話したときに，それら2つの支社を表わす2点を線分で結ぶ。そして，線の横に通話する順番を□の中に書き入れていく〃というぐあいにして図をかいて考えてみよう。線分の本数が一番少ないのを見つければいいね。
たとえば4つの都市だったら，左図がもっとも能率的ですね。



問題★その3

ハンバーガーを３個つくることになりました。
ハンバーガーを１個つくるには，ハンバーグの片面を焼くのに７分，両面焼いて14分，さらに，焼きあがったハンバーグをパンにはさんで１分間温めてできあがります。
１度に２個のハンバーグしか入らないフライパン１つと１度に２個のハンバーガーしか入らないオーブントースター１台を使って３個のハンバーガーをできるだけ短い時間で作るには，最短何分かかるでしょうか？





ヒントだよ！

下の工程表(2)を作って考えてごらん。工程表(1)より短い時間ですむ作業のしかたがあるはずだよ。

	0〜7分	7分〜14分	14分〜15分	15分〜21分	21分〜28分	28分〜29分
工程表(1)	ハンバーグ①と②の片面をフライパンで焼く	ハンバーグ①と②の裏面を焼く	①と②をパンにはさんで			
			③の表面を焼く		③の裏面を焼く	③をパンにはさむ

工程表(2)	

8月19日(水) 15

もうだまされないぞ！

算数的思考法

〝算数〟と聞くときみはどんなものを思い浮かべますか？　いろいろな計算，文章題の問題を式に立てながら計算して答えを求める，図形の性質に注意して角度を求める……などなど，数字とのにらめっこを思い浮かべる人がほとんどじゃないでしょうか？

大人の〝算数〟に対するイメージも，ほとんどきみたちと同じで，〝算数は好きでしたか？〟とたずねると，多くの大人から「あのイヤな計算ですか」という答えが返ってきます。

しかし，算数の学習の中で大切なのは，計算だけじゃなくて，〝筋道(すじみち)を立てて正確に一歩ずつ考える〟という論理的な力を身につけることも，そのひとつなのです。

今回は論理的にちゃんと考えられるかどうかが，運命の別れ道となるような，算数の大切さが身にしみてわかるこわ～い問題に挑戦しましょう。





問題★その1

ある日，１人の男がカバン屋さんで，5000円のカバンを買って帰りました。

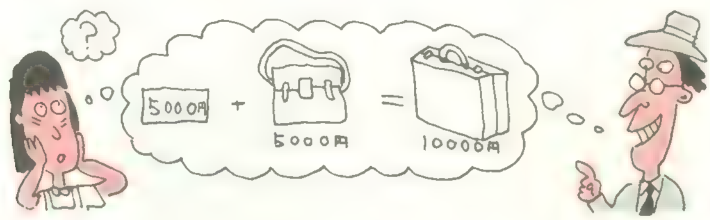
その次の日，その男はまたそのカバン屋さんに行って，「やっぱり，１万円のカバンがほしいので，きのう買った，この5000円のカバンととりかえてください」と言いました。

店員さんは「いいですよ」と言って，１万円のカバンを男に渡すと，男は5000円のカバンを返してサッサと帰ろうとしました。

店員さんが「まだ代金の不足分をいただいておりませんが」と，言うと，その男は，「きのう5000円のお金を払って，いままた5000円のカバンを返したから，合計１万円渡したじゃないか」と，言ってサッサと帰ってしまいました。

男が帰ったあと，店員がゆっくり考え直すと，やっぱり店がそんをしたことに気がつきました。

さて，男が言ったことのどこがおかしかったのでしょうか？　説明してください。





問題★その2

太郎君と花子さんは2人でレストランに行き，1皿600円の料理を太郎君は7皿，花子さんは8皿買ってから席に着きました。2人が食べようとしたとき，知り合いの二郎君があらわれ，全部で15皿ある料理を3人で平等に分けて食べることにしました。

食べ終わってから，二郎君は自分の食べた分の料金（600×15皿÷3人＝3000円）を2人に支払うことにしました。太郎君は7皿分，花子さんは8皿分支払っていたので，太郎君は3000円を7：8に分けて，太郎君に1400円，花子さんに1600円支払いました。

ところが，花子さんが，

「これじゃ，私がそんをしているわ!!」

と，おこり出してしまいました。

さて，花子さんは本当にそんをしているのでしょうか？

また，花子さんの言っていることが正しいのならば，二郎君はいくらずつ太郎君と花子さんに払うべきだったのでしょうか？





ヒントだよ！

下のように図で表わせるね。このとき，花子さんは二郎君に何皿分あげたことになるのかな？　太郎君は何皿分二郎君にあげたことになるのだろうか？





問題★その3

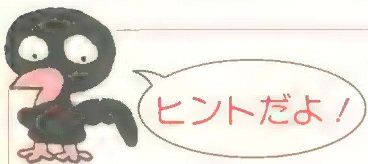
ある男の人がひまわり村に向かって歩いていました。ある地点で道が２つにわかれていて，ひとつはひまわり村に，もうひとつは朝顔の里に行く道でした。

男の人はわかれ道の所にある道案内所で，ひまわり村に行く道がどちらの道なのか聞かなければなりません。その道案内所には双子の道案内人がいて，交替で道を教えています。双子のうちの１人は正直者で，どんなことでも本当のことを教えてくれるのですが，もう１人は有名なうそつきで，どんなことでも反対のことを教えます。

男が道を聞くときに，どっちの人が道を教えてくれるのかわかりません。さあ，困りました。

しかし，その男の人は道案内人が正直でもうそつきでも，ある質問をすれば，ひまわり村に行く道がどっちの道なのか，必ずわかることに気がつきました。

さて，その質問とはどんな質問でしょうか。

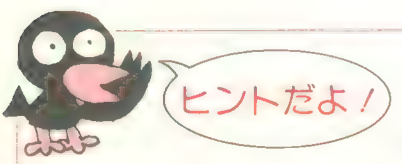


「ひまわり村に行く道はどっちですか？」と聞くと，

正直－ひまわり村に行く道を教えてくれる

うそつき－朝顔の里に行く道を教えてくれる

だから，この質問だと，正しい道が必ずわかるとは限らないからダメだね。



２人の答えが同じになる質問には，どんな質問があるかな？たとえば「もう１人の人は正直ですか？」だとか，「もう１人の人は今日の天気は何だと言いますか？」なんてふうに，その人以外のもう１人の人に関連した質問をすると，最初の質問では，２人とも「もう１人はうそつきですよ」と答え，次の質問では２人とも本当の天気とは反対の天気を言います。

だから，道を聞くときも，質問する人に，“もう１人の人は～ですか”という形で聞くとよさそうだね。



問題★その4

まさひろ，けんいち，のりひこ，たつやの４人が徒競争をしました。３人に順位を聞くと，次のように答えました。

けんいち　「まさひろは１位か２位だ」

たつや　「ちがうよ。１位はのりひこかけんいちだよ」

まさひろ　「あれ？　のりひこは２位か３位じゃないか」

ところが，このことばはすべてまちがっていました。さて，徒競争の順位を決定してください。

8月20日(木) **16**



円の周りをはかる

人類と数のたたかい

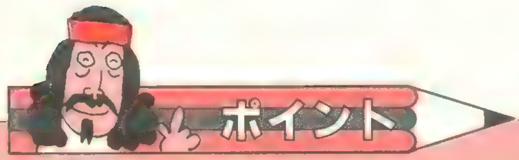
君たちは〝算数の問題〟というと，どんな問題でも必ずだれかが解ける（必ず答えは見つかる）と思っているかもしれませんね。でも，本当のことを言うと，〝解かれていない問題〟のほうが〝解かれている問題〟よりもたくさんあるのです。みんなが知っている算数の公式や事実にしたって，みんなはその結果を知っているから，〝そんなの簡単なことじゃないか〟と思うのでしょうが，どの事実もそれを事実として確認するまでには多くの人々がそれらの問題と格闘してきたのです。

たとえば，君たちがよく知っている円周率（円周÷直径の値）だって，小学校では「円周率は約3.14」としてあたりまえのように計算しているのですが，厳密には円周率の正確な値を人類は永久に知ることができません。それでも円周率の値をなるべく正確に求めるために，人類はなんと4000年以上も研究しつづけているのです。そして，現在では，小数点以下約10億ケタまで正確に求まっています。

今回は，「円周率の値を求める問題」と「世界中で有名になった掛谷問題」という２つの問題を例にとって人間と算数の問題の格闘の歴史を見てみましょう。



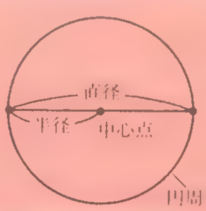
Ⅰ．円周率を求める



（円周率）＝（円周）÷（直径）

（小学校では円周率は3.14とする）

（円の面積）＝（半径）×（半径）×（円周率）



〔実験その１〕　～円周率を測定しよう　その１～



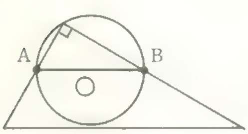
（用意するもの）　○円柱の形をした立体（茶筒など）

○直角三角形の定規

○紙テープかひも

（実験の手順） (1)まず，円柱の底面の円の直径を測りましょう。

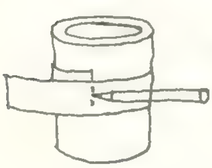
（直径のはかりかた）



円周上の一点に定規の直角のところをあてて円周と２辺がぶつかった所Ａ，Ｂにしるしをつけます。図ＡＢの長さが直径になります。

直径___(1)___mm（１cm＝10mm）

(2)　次に円周の長さを測りましょう。



ひもや紙テープを円柱に巻きつけて，それを伸ばしてから長さを測れば円周の長さになります。

円周___(2)___mm（１cm＝10mm）

(3)　最後に(1)と(2)で求めた長さを使って円周率を計算しましょう。

___(2)___÷___(1)___＝_____(3)_____
（円柱から求めた円周率）

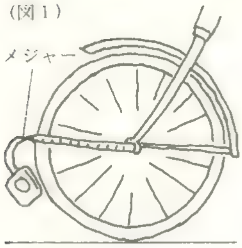
〔実験その２〕　～円周率を測定しよう　その２～

（用意するもの）○自転車

○メジャー

（実験の手順）　(1)　まず，メジャーを車輪の中心を通るように当てて車輪の直径を測りましょう（図１）。直径＿＿(4)＿＿cm

（図１）



(2)　次に円周の長さを次の順序で測りましょう。

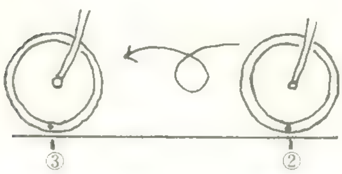
①　地面にまっすぐな線を引いておく。

②　線の上に自転車をのせ，自転車の前輪のタイヤと線とが接している部分に，タイヤと線に印を付ける（その点を出発点とする）。

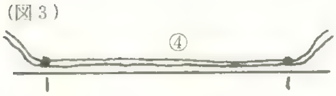
③　自転車を線に沿って動かし，車輪が１回転した位置に(地面に）しるしをつける（その点を終着点とする）。

④　出発点から終着点までの線分の長さを測る。その長さが車輪の円周の長さ＿(5)＿cmです。

（図２）



（図３）



(3)　いま測った車輪の直径の長さと円周の長さを使って円周率を計算しましょう。

$$円周率=\frac{(5)}{(4)}$$



円周率の歴史

人類が円周率の値をできるだけ正確に求めようとした理由は時代によって変わってきました。

古代のころの目的は，ものを作るときになるべく正確な長さを知りたいからでした。

近年は，コンピューターのプログラムの研究の題材として，円周率は研究されています。

１.古代

アルキメデスのころから，円周率が分数の形で表せる数(このような数を有理数とよびます)かどうかの決着をつけようとしていました。

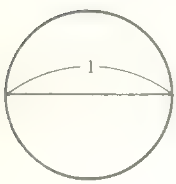
約4000年前	古代バビロニア人	$3+\frac{1}{8}=3.125$
紀元前17世紀	古代エジプト人	$4\times\frac{8}{9}\times\frac{8}{9}=3.16049$
	古代インド人	$3+\frac{177}{1250}=3.1416$

古代インド人あたりになるとかなり今の円周率の数値に近づいていることがわかりますね。しかし実際にどんなふうにして測定し，計算したのかはわかっていません。

2.円周率を求める画期的方法

画期的な円周率の求め方をみつけた人が，ギリシャのアルキメデスです。なんと2000年以上も前の話です。その方法を簡単に紹介しましょう。

～アルキメデスの方法～



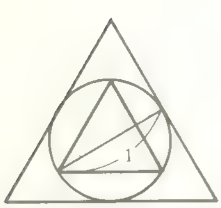
直径が１の円を描くと，

(円周率)＝(円周)÷１＝(円周)

だから，円周率を求めるには，この直径１の円の円周の長さを求めればいい。

円周の長さを求めるために，直径１の円の内側と外側に接する正多角形を描く。そして，内側の正多角形の周の長さと外側の正多角形の周の長さをはかる。円周の値はこれら２つの多角形の周の長さの間の値であり，正三角形，正方形，正五角形，…というぐあいに多角形の辺の本数を増やしていくと，だんだんその形が円に近づいていくことを利用します。以下に記号＜がでてきますが，これは不等号(ふとうごう)といって，数の大小を表す記号です。すなわち，□＜△というのは，〝△は□より大きい〞という意味です。

たとえば，２＜３

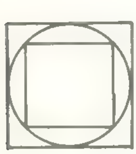


⟸直径１の円の内側と外側に接する正三角形を描くと，

(小さい正三角形の周の長さ)＜円周率＜(大きい正三角形の周の長さ)

ということから，

2.598＜円周率＜5.196

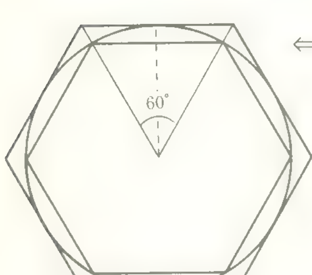


⟸直径１の円の内側と外側に接する正方形の場合：

(小さい正方形の周の長さ)＜円周率＜(大きい正方形の周の長さ)

ということから，

2.828＜円周率＜４



⟸直径１の円の内側と外側に接する正六角形

３＜円周率＜3.464

辺の本数を多くしていくと正多角形がだんだん円に近づいていくのがわかりますね。

この方法を使って，アルキメデスは正96角形の場合についてまで正確に求めました。

正96角形のときの結果は$3+\frac{10}{71}<$円周率$<3+\frac{1}{7}$

つまり，3.14084…＜円周率＜3.14285…

アルキメデスは円周率は約3.14だということまでつきとめたのでした。

アルキメデスの方法を使ってさまざまな人が円周率の値をより正確にもとめようとしました。

この方法では，ドイツのルドルフという人が小数点以下35ケタまでもとめています。

ルドルフの功績を称(たた)えて，ドイツでは円周率のことを〝ルドルフ数〟とよんでいます。

多角形を使って円周率を計算した人とその結果

人　名	多角形の最大辺数	結　果
アルキメデス(B.C.287？-212)	96	$3+\frac{10}{71}<$円周率$<3+\frac{1}{7}$
		つまり円周率≒3.14
劉徽(りゅうき)　(3世紀(晋))	1536	円周率≒3.1416
祖冲之(そちゅうし)(429-500)	？	3.1415926＜円周率＜3.1415927
アリヤバッタ(476？-550？)	384？	円周率≒3.14156
ブラーマグプタ(598-660)	96？	円周率≒$\sqrt{10}$＝3.16…
フィボナッチ(1180？-1250)	96	円周率≒3.1418…
ヴィエート(1540-1603)	6×2^{14}	小数点以下9ケタ
アドリエン(1561-1615)	2^{30}	同　15ケタ
ルドルフ(1539-1610)	60×2^{29}	同　20ケタ(1596)
同	2^{42}	同　35ケタ(1621)
関孝和(せきたかかず)	2^{17}	同　10ケタ
鎌田俊清(かまたとしきよ)(1678-1747)	2^{44}	同　25ケタ

野崎昭弘『πの話』，岩波書店（1974）による。

II．掛谷問題（かけやもんだい）

掛谷問題とは，日本人の数学者掛谷宗一氏が1917年（大正時代）に発案した次の問題で，発表以来，〝カケヤプロブレム〟と呼ばれ国際的に有名になった問題です。問題の意味は簡単なのですが，その問題に対するアッと驚くような答を求めるまでには，人々の格闘があったのです。

〔掛谷問題〕

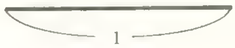
長さ１の線分を平面上で一回転させます。
線分が通過できる図形（領域）のうち，面積最小である図形はどんな図形でしょうか？
また，その面積はいくつでしょうか？

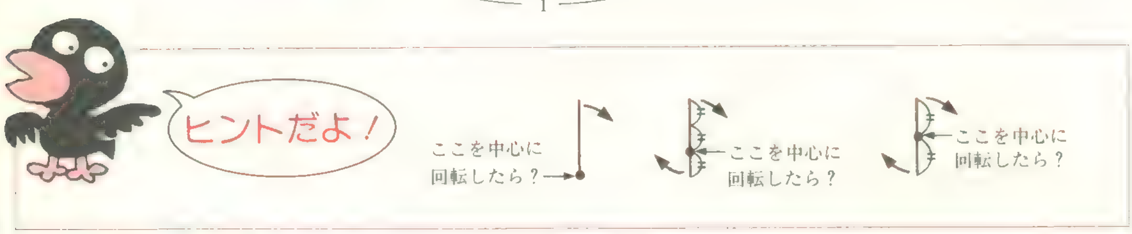
この問題を完全に解決するのはとても難しいので，みなさんは次のやさしい場合に挑戦してみてください。



問題★その1

図の長さ１の線分を，線分上のどこか１点を中心として１回転させます。このとき，線分が通過してできる円のうち面積が最小になるのは半径がいくつの円でしょうか？　また，その面積はいくつでしょうか？







問題★その2

次の図の内部の中で長さ１の線分を回転させてください（どうやって動けば回転できるのかを図示してください）。

(1)

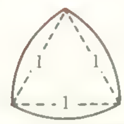


図１　ルーローの三角形

(2)

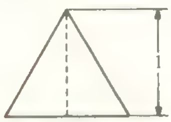


図２　高さ１の正三角形

(3)

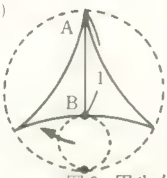


図３　円サイクロイド



歴史注目

掛谷問題が発表された当時は多くの人々が「図1のルーローの三角形（面積約0.704）が答えだろう」と予測していました。

ところが，図2のような高さが1の正三角形（面積約0.577）でも1回転できますね。そして，面積も小さいのです。さらに，図3のような円サイクロイド（この図形は直径$\frac{3}{2}$の大円周上を直径$\frac{1}{2}$の円がころがるときに小円周上の1点が描く図形）という図形のほうが面積（面積約0.3925）が小さくてすみます。

さて，どこまで小さくできると思いますか？　実は，掛谷問題は1928年にロシアの数学者ベシコビッチによってアッと驚く答が発表され解決されたのでした。

その答えは，「掛谷問題の答となるべき図形で，面積がいくらでも小さいもの(たとえば，面積0.00000000001）が存在する！」です。それがどんな図形かはテレビで見てくださいね。



問題★その3

ボール紙に直径14cmの円をコンパスで描き，その後，その円をボール紙から切りとります。また，1円玉(この直径は2cmです)を1個準備します。

これらのものを利用して次の質問に答えてください。

(1)　直径2cmのコインがあります。直径14cmの円のまわりに糸を巻きつけ1周させます。その糸を伸ばしてできる長さ14×(円周率) cmの線分にそって図のようにコインを左端から右端まで滑らずに転がします。コインは何回転するでしょうか？

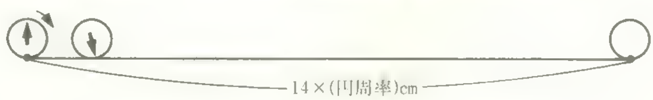


図1

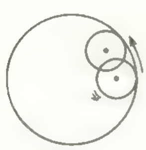


図2

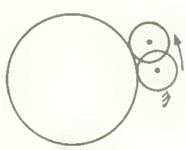
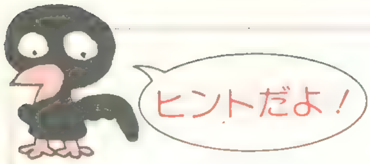


図3

(2)　直径2cmのコインが直径14cmの円の円周に沿って内接し（内側で接していき）ながら滑らずに一周する（図2参照）間にコインは何回転するでしょうか。

(3)　(2)において，コインが直径14cmの大円と外接し（外側で接していき）ながら滑らずに一周する（図3参照）間に，コインは何回転するでしょうか。



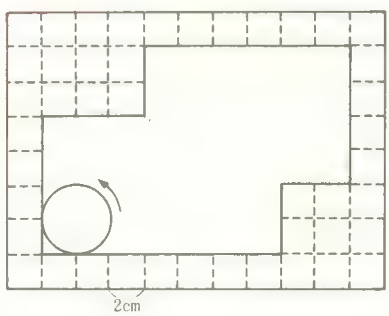
算数でも実験が大切です！
問題３も４も１円玉を動かしながら考えよう!!
㊟〔問題その３〕で，“コインが１回転する”というのは
コインの上むきの矢印が再び上をむくことをいいます。





問題★その4

下の図のような図形があります。この内側にそって，半径２cmの円が転がりながら１周します。円の中心がえがく線の長さを求めなさい。また，図形内でこの円が通らなかった部分の面積を求めなさい。ただし，円周率は3.14として計算しなさい。　（海城中）



8月21日(金) **17**



いっぱいつめこもう

規則性と能率性

夏休みも半分以上終わってしまいましたが，みんなは学校の宿題をちゃんとやっていますか？　工作も日記も漢字ドリル，計算のプリント，……まだまだいっぱい残っているかもしれないね。そうそう家のお手伝いも忘れちゃダメだよ。

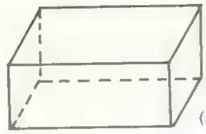
私たちが毎日生活していくとき，たくさんのものを能率的にこなしていくことが大切なのです。そのためには，朝起きたらその日のスケジュールを立てて，限りある時間を有効に使うことが大切ですね。たとえばスーツケースに荷物をなるべくたくさんつめこむ方法をくふうするように，限りあるスペースに，なるべく多くものをつめこんだり，短時間に多くの仕事をこなす問題が算数にもたくさんあります。今回は，長方形になるべく多くのコインをつめこむ方法を考えたり，限られた時間内に，いくつかの工作機械を使ってなるべく多くの仕事をかたづけるスケジュールをたてたりする問題を考えます。





問題★その1

直方体の容器（図１）があります。そして，大きなたまご（図２）と小さなたまご（図３）の２種類が，両方ともたくさんあります。さて，この容器に，大きなたまごだけをなるべく多くつめこんだときに容器にできるすきまと，大きなたまごと小さなたまごを取りまぜてつめこんだときに容器にできるすきまを比較してください。どちらのすきまが大きいですか？


（図１）

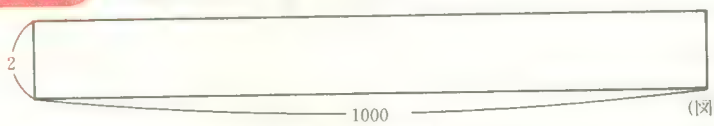

（図２）


（図３）



問題★その2

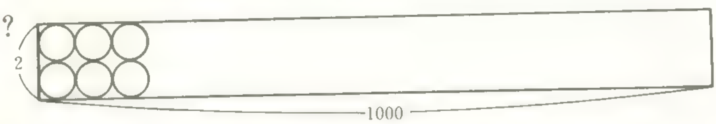
たて２cm，横1000cm（10m）の細長い長方形（図４）があります。この中に直径１cmの円形のコイン（図５）をできるだけ多くつめこもうと思います。



（図４）


（図５）

(1)　図６のように，はしっこからピッチリ２個ずつ規則正しく並べてつめこんでいくと何個のコインがつめこめますか？



（図６）

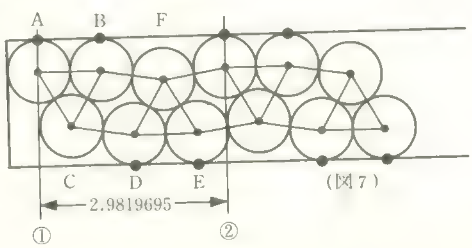
(2)　図６のようにつめこんだときにできるすきまの部分の面積は合計何cm^2ですか？　また，そのすきまの部分の面積はコイン何個分の面積に相当しますか？
ただし，円周率は3.14として計算してください。



ヒントだよ！

(2)でわかったように，面積だけを考えると，まだまだコインがつめこめるはずなんだよね。

(3)　次の文の中の□の中を埋めてください。



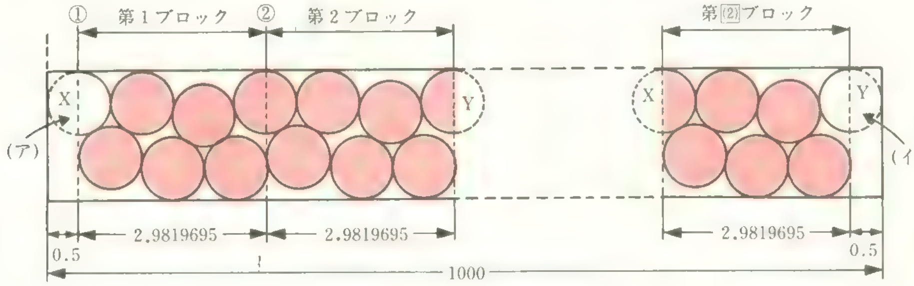
（図７）

図７のようにつめこむとします。このつめこみ方はA，B，C，D，E，Fという６枚のコインをA，B，D，Eではコインは長方形の枠に接していますが，C，Fでは接していない，そして左端の３つのコインは互いに接しており，次の３つのコインも互いに接し

ているようにコインを配置します。この6個のコインからなるパターンを繰り返してつめこんだ，つめこみ方です。このようなつめこみ方をするとき，図8の区間①から②のあいだには［(1)］個のコインが完全に入り，あと2個の半分コインが入っていますね。このとき，区間①から②までの長さはほぼ2.9819695だということが計算されています。

1000÷2.9819695＝［(2)］（小数点以下切り捨て）ですから，図8のように，この区間を左から第1ブロック，第2ブロックというぐあいにとっていくと，最後は第［(2)］ブロックになります。

図8からわかるように，第1ブロックから第［(2)］ブロックまでに完全に丸ごと入っているコイン（図8の赤い部分）の枚数は，6×［(2)］－1＝［(3)］枚です。



（図8）

このほかに，あと(ア)と(イ)の2枚が入っていますから，全部で［(3)］＋2＝［(4)］枚，つめこめたことがわかります。

だから，図6のように，はしっこから規則正しくつめこんでいくよりも，図7（または図8）のようにつめこんでいくほうが［(4)］－2000＝［(5)］枚も多くつめこめるのです。

すごいだろ

図9，10の外ワクの正方形の1辺の長さは約3.8770836cmです。1辺の長さ1cmの正方形を図9のように，はしっこからキッチリとつめこんでいくと9個しか入りませんね。でも図10のようにつめこむと，同じ大きさの正方形の中に11個もの小さな正方形をつめこむことができるんだよ。

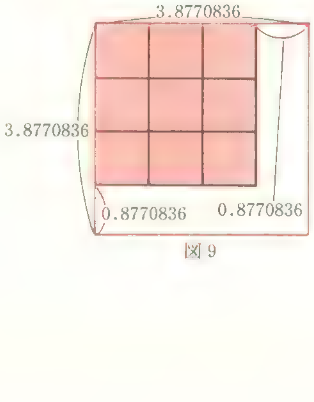


図9

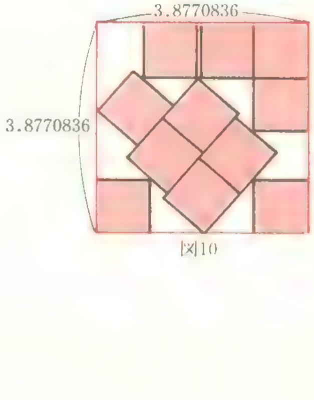


図10

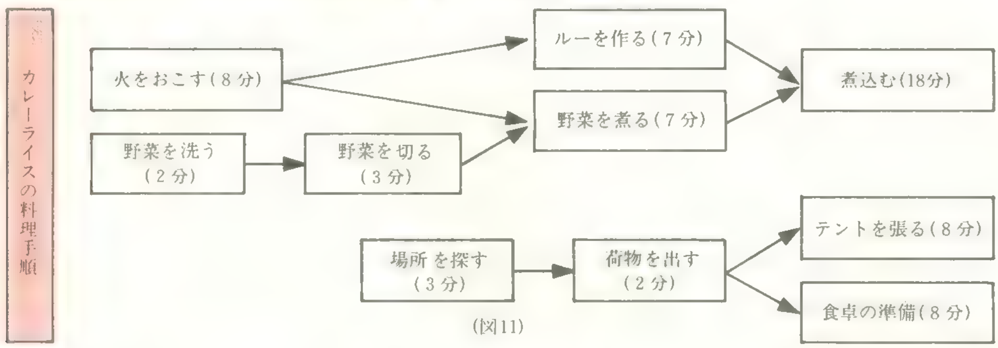


問題★その3

(1)　これから２人（中川さんと林君）が一緒に〝山のキャンプでカレーライスを作る〞ことになりました。カレーライスを作るためには，図11に示す10個の仕事を決められた順に行わなければなりません。10個の仕事を２人で手分けしてできるだけ短い時間で仕事を終わらせたいのですが，２人の分担をどうすれば，一番早く終わらせることができるでしょうか。２人の分担表を表１に書きこんでください。ただし，この仕事（カッコ内の数字はその仕事をするのにかかる時間）をするときには次の約束を守ってください。

① それぞれの矢印の始まりの仕事が終わってからでなければ，矢印が指している，先の仕事にとりかかることはできない（たとえば〝野菜を煮る仕事〞を開始する前には，〝火をおこす仕事〞と〝野菜を洗う仕事〞と〝野菜を切る仕事〞の３つの仕事を完全に終わらせていなければなりません）。

② 自分がやっていた仕事が終わったとき，すぐにとりかかることのできる仕事があれば，休まずに，すぐその仕事にとりかからなければなりません（とりかかることのできる仕事がない場合には，やる仕事が発生するまで休むことにします）。



(図11)

表１

	10　20　30　40
中川	
林	

(2)　さて，今度はもう１人（内藤さん）も加わり，３人（中川さんと林君と内藤さん）で一緒に作業する場合の分担表を表２に書きこんでみてください。ただし，この場合も(1)の約束①と②を守ってください。

表２

	10　20　30　40
中川	
林	
内藤	

8月22日(土) **18**



不思議な数，カプリカ数

余りの数と素因数

君たちがしょっちゅう見慣れている数には，いろいろな不思議があるんだよ。特に素数に関しては何百年も人に解かれていない問題が山ほどあるんだ。あっ，そうそう君たちの中には素数って何か知らない人もいるかもしれないね。素数っていうのは，数（自然数，すなわち，1，2，3，4，……）の中で，1と自分自身以外に約数をもたない数のことをいうんだよ。でも，〝1は素数とはいわない〞という約束をしてあるんだ。だから，小さい順に素数を書いてみると，

2，3，5，7，11，13，17，19，……

となるね。100以下の素数は全部で26個あるんだけど，君たちは残りの（19より大きい2桁の）素数を探せるかな？



18世紀にゴールドバッハという人がオイラーという数学者に書いた手紙の中に〝6より大きいすべての偶数は，2以外の2つの素数の和に表せる，たとえば，6＝3＋3，8＝3＋5，10＝3＋7，……のように〞。とありましたが，この一見，やさしそうな問題は現在でも誰も証明できない未解決問題なんだよ。数の世界には，人類がまだ究明できていない謎(なぞ)がいっぱい残されているんだ。

さあ，今回は数の不思議を探険しようね。



問題★その1

下の○の中に4則演算の記号「+, −, ×, ÷」のどれかを入れて式が成り立つようにしてください。

1 ○ 2 ○ 3 ○ 4 ○ 7 ○ 8 ○ 9 ○10＝99



問題★その2

整数を1個または2個以上の整数の和に分けて，得られた整数の積を最大にすることを考えます。まず，10について調べると，分け方の一部は下の表のようになります。これをヒントにして，どんな分け方をすれば積が最大になるのか方法を求め，10と20について，最大にする積の値を求めなさい。　（灘中）

和	積
1 + 9	9
1 + 3 + 6	18
4 + 6	24
2 + 8	16
2 + 3 + 5	30
2 + 2 + 2 + 2 + 2	32
⋮	⋮



10や20より小さな数で実験してみよう。

5だったら，2 + 3 = 5で，このとき積は6で最大となる。

6だったら，3 + 3 = 6で，このとき積は9で最大となる。

7だったら，3 + 4 = 7で，このとき積は3 × 4 =12で最大となる。

8だったら，3 + 3 + 2 = 8で，このとき積は3 × 3 × 2 =18で最大となる。

9だったら，3 + 3 + 3 = 9で，このとき積は3 × 3 × 3 =27で最大となる。

たされる数には，3が多いようだね。でも，2や4もたまにあるね。それはどんなときかな？

⑱不思議な数，カプリカ数



(1)　「4321」という4桁の数は，1，2，3，4，という4つの数字を用いてできています。この4つの数字を使ってできる4桁の数のうち，〝1番大きい数（4321)〞から〝1番小さい数(1234)〞を引いてください。そうやってできた答の数に，同様な計算，すなわち『答の数の中の4つの数字を使ってできる4桁の数のうち〝1番大きな数〞から〝一番小さな数〞を引く』という計算をくり返し行ってください。ただし，3桁以下の数が現われたら頭（1000の位）に0をおいてください。もし，同じ数が続けて現われるようになったらそこでストップしてください。ストップしたところの数は何ですか？

(2)　自分の好きな4桁の数を選んで，(1)と同じ操作をくり返してください（ただし，9999だとか3333などのように同じ数字が4つ並んでいる数は選ばないでください。3221だとか3337などのような数は選んでもよいです)。さて，ストップしたところの数は何ですか？

(3)　自分の好きな3桁の数を選んで(ただし，777などのように同じ数字が3つ並んでいる数はダメ)，同じ操作をくり返してください。

　さ～て，どうなるでしょうか？

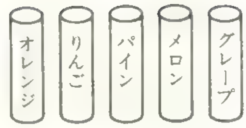


どんな4桁の数を選んでも，きっと君は最後に不思議な数と出会ったことでしょう（出会わなかったら君は計算の途中でトンデモナイ計算まちがいをしているのだよ)。

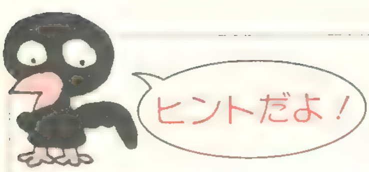




問題★その4

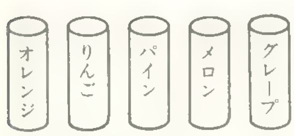


右の順に並んでいる５本のジュースがあります。これらの中から１本を選ぶのに，〝どれにしようかな　てんのかみさまのいうとおり　なのなのな″という呪文にしたがって，オレンジ，りんご，パイン，メロン，グレープ，メロン，パイン，……という順序で指をさしていき，最後に指がさしたジュースを選ぶことにしました。さて，どのジュースを選ぶことになるでしょうか。実際に呪文にしたがって指をさすことなしに，ズバリどのジュースになるのかを算数的に考えて当ててください。



下のようにオレンジ①，りんご②，パイン③，メロン④，グレープ⑤，メロン⑥，パイン⑦，りんご⑧，オレンジ⑨……と通し番号をつけていくとき，規則性があることに気がついたかな？

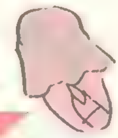
１から８で１周として区切ってごらん。オレンジの下に現われる数字はどれも，「８で割ったときに１余る数」だね。りんごの下に現われる数は余りがいくつといくつの数かな？　こうやっていくとき，26という数はどのジュースの下に現われるかな？



1	2	3	4	5
	8	7	6	
9	10	11	12	13
	16	15	14	
17	18	19	……………	
…………………………………………				



時間があるときに
自分で考えてみてね



チャレンジ問題

1から□までの整数をすべてかけ合わせ，その積を12で割ります。そして，その商がまだ12で割り切れるときは，さらに12で割ります。こうして，商が12で割り切れる限り，つぎつぎに12で割っていきます。この結果，最後の商が25025になりました。

1からいくつまでの整数をかけ合わせたのでしょうか。

1×2×3×……×□=□

□÷12÷12÷12÷……÷12=25025



（灘中）



ヒントだよ！

2つの式から，

1×2×3×4×5×……×□

=25025×(12×12×……×12)

（25025：12で割り切れない数）

という式が成り立つね。

25025という数を小さな素数の積（素因数分解）に直してごらん。すなわち，25025=5×5005=5×5×1001=………=○×○×△×●×▲　という形に直してごらん。このことから□の中に入る数は，いくつより小さい数だということがわかるかな？

8月24日(月) 19

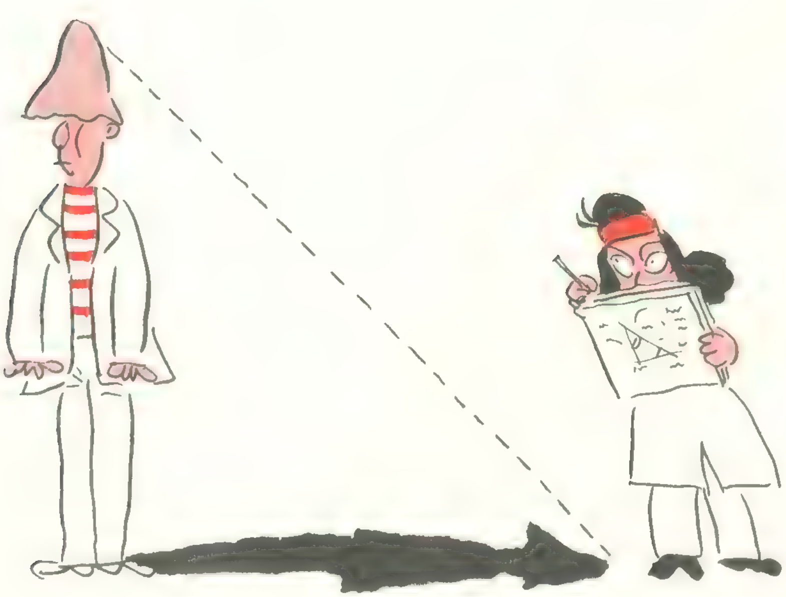
ピラミッドの高さを測定しよう

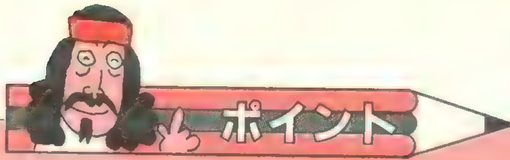
相似と相似比

夏の晴れた暑い日に外を歩いているとき，ビルや木の影の中に入ると涼しくてホッとしますね。私たちはこういうときぐらいにしか影の存在やありがたみを感じることはありませんが，古代の人々が文明をつくっていった手段のひとつに影の研究と利用があったのです。

棒を立てて影のできる長さや方角から，時の流れを知る〝日時計〟をつくったり，古代ギリシアの有名な学者タレス（624？～546？B.C.）はピラミッドの影の長さから，ピラミッドの高さを計算して求めたという歴史的な事実があります。また，星や月の運動周期や物体とその影の長さの比の関係を知っていた人が，これらを総合的に計算して，科学的に事実を求めたうえで，〝○年×月△日××時○○分×秒にパルテノン神殿の影の先端がこの位置にくるであろう。これは神の啓示である〟なんてことをおごそかに言っては予言者としての地位を守っていたという話も残されています。

今回は影をテーマに，図形の相似と相似比の勉強をしましょう。





同じ日の同じ時間，同じ地域（同一県内など）で，晴れた日にできる影には次の関係が成り立つ：

〝物体の長さ〟と，〝その物体の影の長さ〟は『ある一定の比』になっている。

たとえば，

棒の長さ：棒の影の長さ＝君の身長：君の影の長さ

＝おとうさんの身長：おとうさんの影の長さ

などという関係が成り立つ。

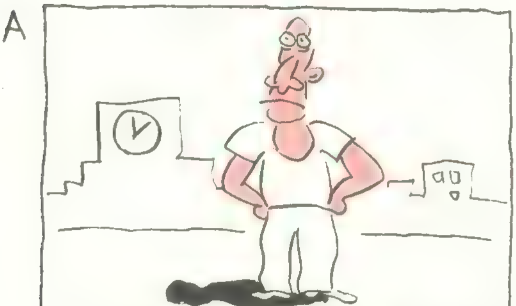


問題★その1

ある町で殺人事件が起こりました。その町に住む4人の男A，B，C，Dが容疑者として浮かび上がりましたが，4人それぞれが，犯行時刻のアリバイを証明する写真を提出しました。4枚の写真は下図です。しかし，この4枚の写真を見ただけで，ある1人がうそをついていることがわかります。

さて，どの人がうそをついている真犯人なのでしょうか。君の推理によって犯人のアリバイをくずしてください。

A



身長175cm，影の長さ87.5cm

B



身長170cm，影の長さ85cm

C



身長180cm，影の長さ80cm

D



身長165cm，影の長さ82.5cm

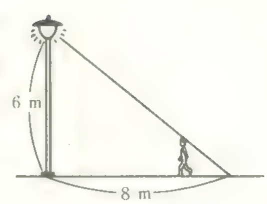


問題★その２

１ｍの棒が立っているとき，その影の長さは1.5ｍでした。そのとなりに立っているトーテムポールの影の長さは３ｍでした。このトーテムポールの高さは何ｍでしょうか？



問題★その３



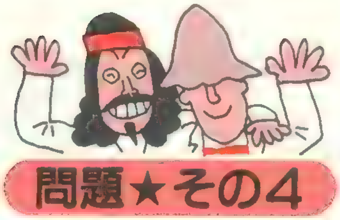
身長150cmのけんいち君が，夜，高さ６ｍの街路灯のま下から，同じ速さでまっすぐ歩き始めました。歩き始めてから５秒後に，けんいち君のかげの先端が，街路灯のま下から８ｍのところにありました。

このとき次の問いに答えなさい。

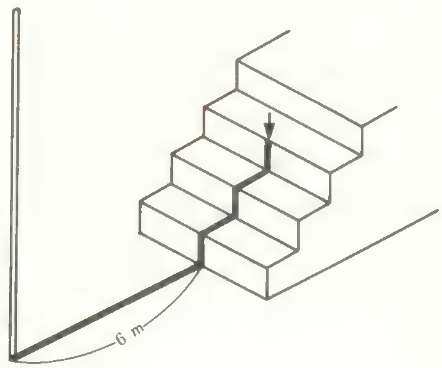
⑴　歩き始めてから５秒後の，けんいち君のかげの長さは何ｍですか。

⑵　けんいち君のかげの長さが，身長の２倍になるのは，歩き始めてから何秒後ですか。

（愛知教大附岡崎）



西向きに下降する階段があって，太陽の光が真西から差しています。この階段から6m離れた所に柱があり，影の先端はちょうど階段の3段目（矢印）に達しています。また，長さ70cmの棒をまっすぐに立て，影の長さを測ると1m75cmです。柱の高さはいくらありますか。ただし，階段の各段の高さと奥行きはともに50cmです。 （甲陽学院中）





階段がジャマだね。階段がなかったら影の先端はどの位置まで伸びるだろうか？

それは，階段を横から見て（すなわち，空間を棒と影の折れ線を含む平面（図1のアミの部分）で切ったとき），図2のように，柱の先端に当たる光と階段にできた影の先端を結ぶ線分を地面にぶつかるまでまっすぐのばした点Pを求めれば，それが階段がなかったときの影の先端の位置だよ。

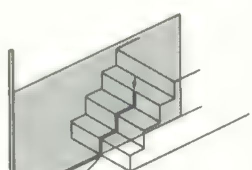


図1

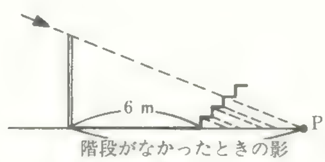


図2

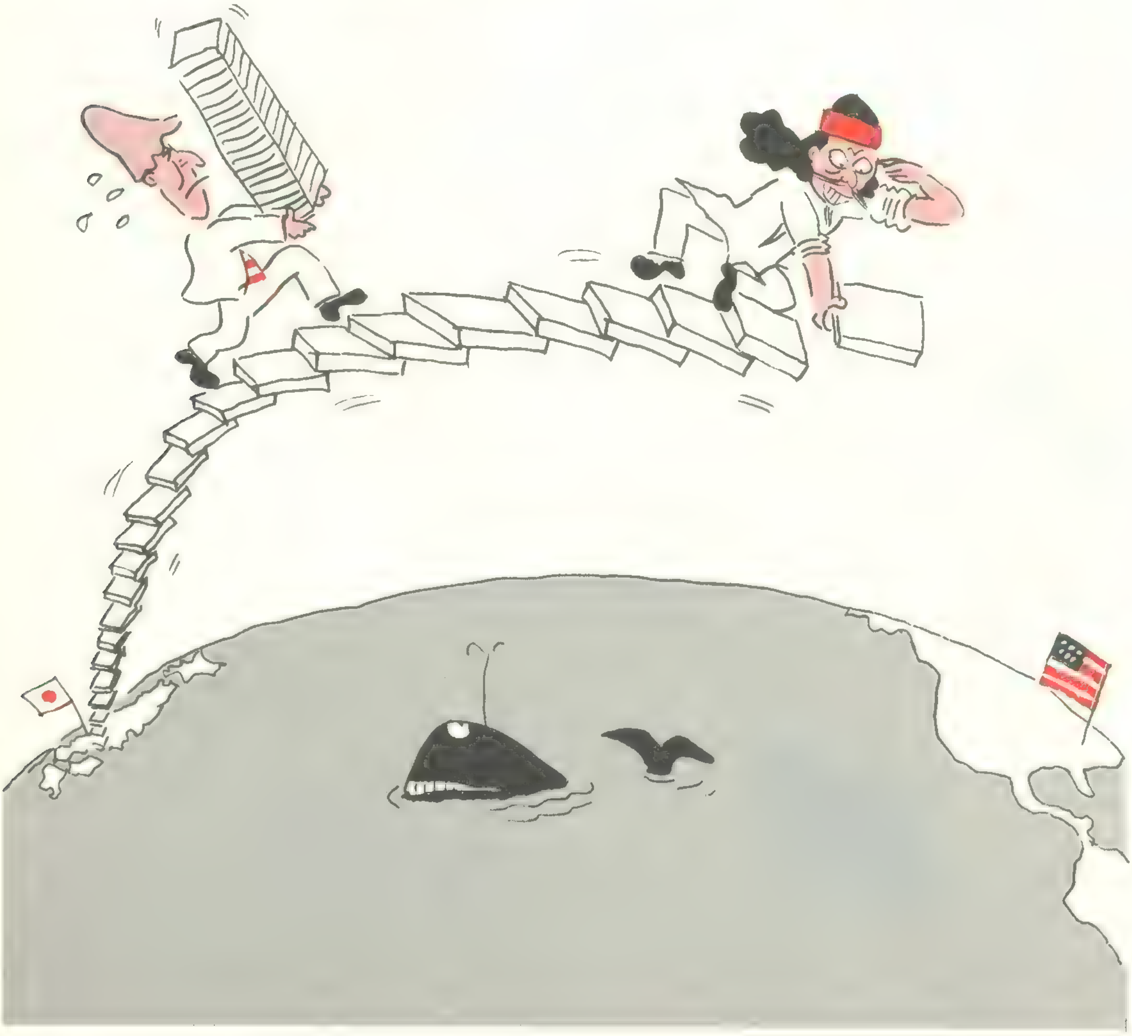
8月25日(火) 20

どこまでのびる？夢のかけ橋

有限と無限

〝地球の資源は有限です，だからものは大切に使いましょう〟なんていうポスターがよくはってあるね。この中にある〝有限〟っていう言葉の意味を君たちは知っているかい？　有限とは読んだ通りで，〝限りが有る〟ということです。有限の反対語は無限という言葉で，限りが無い，すなわち，いくらでも大きくなる状態，または，どんな数よりも大きい状態を意味する言葉なんだ。数は無限にたくさんある。海に住む微生物の個数だとか，君の髪の毛は〝数えきれないほどたくさんある〟と思うかもしれないけど有限の個数だよね。

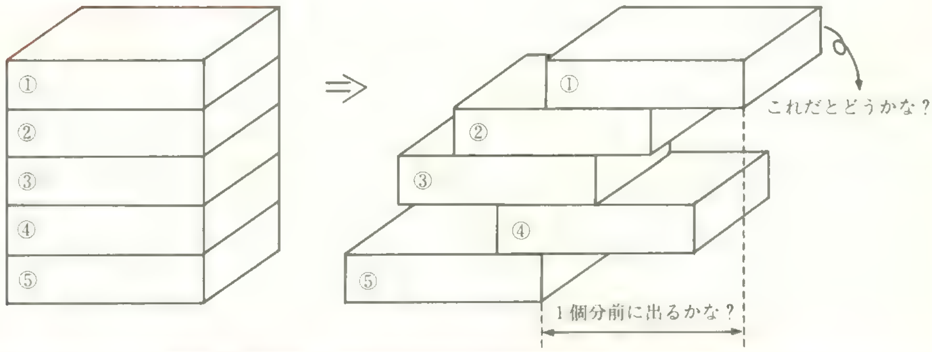
今回は有限と無限の世界を散歩しましょう。

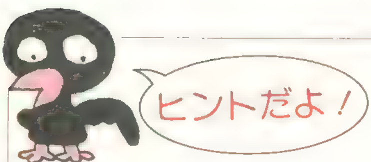




実験しよう

同じ形，同じ長さの細長い直方体の積木（なければ，大きさの同じ本でもよい）を５個用意してください。用意したら，その５本の積木①～⑤をうま～くずらしながら積み重ねていって，一番上の積木が，一番下の積木からちょうど１個分の長さよりも長く，先に出るように積み重ねてください。



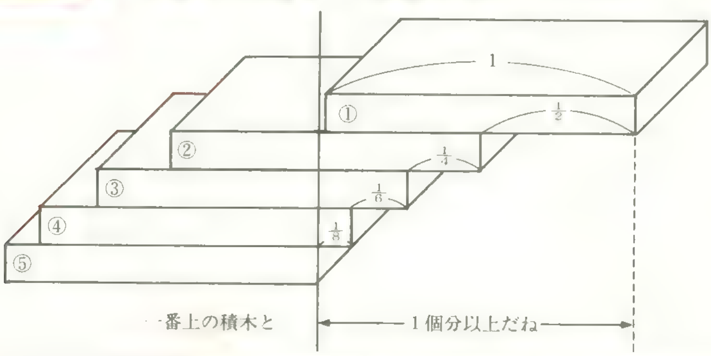


上に積み上げていこうとするよりも，２個重ねた積木を３個目の積木の上に乗せる。積み重なった３個の積木を４個目の上に乗せる……というぐあいに，下に下に積木を増やしていくほうがやさしいよ。



問題★その１

(1)　実は，上の実験で，１番うまい積み方（一番長く，先まで出せる積み方）は（図１）のような積み方です（ただし，積木１個の長さを１としています）。１番上の積木の先端から，１番下の積木の先端までの距離を求めてください。





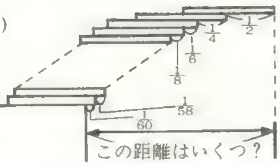
つまり，

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$$

がいくつになるかってことだネ。

(2) 同じような積み方で，31個の積木を重ねていくと(図2)，一番上の積木と一番下の積木の先端の距離はいくつになるでしょうか？

(図2)





つまり，

$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\cdots\cdots+\frac{1}{58}+\frac{1}{60}=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots\cdots+\frac{1}{30}\right)$がいくつになるかってことだネ！

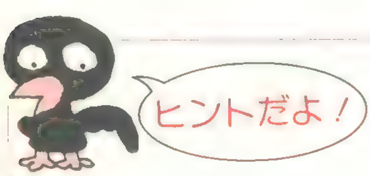
(3) こういう重ね方で，いくつも積木を重ねていくことができるとき(無数でもよい)，どのくらいの先まで一番上の積木の先端を出すことができると君は思いますか？



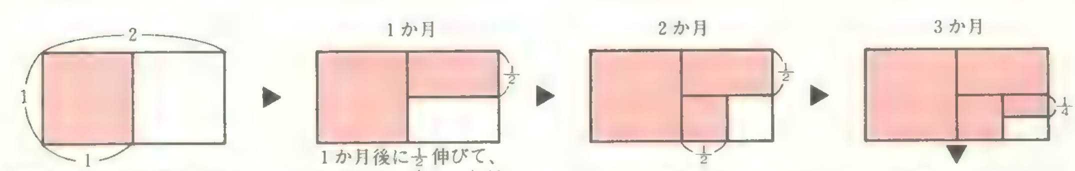
問題★その2

ある木の高さを測定したら，最初は1mでした。1か月後に測ったら，$\frac{1}{2}$m伸びていました。2か月後には$\frac{1}{4}$m，3か月後には$\frac{1}{8}$m，……というぐあいに，その木は1か月の間に，前の月に伸びた長さのちょうど半分ずつ伸びていきます。

さて，この木が永遠にこの規則にしたがって伸びつづけていくのならば，この木は，"ジャックと豆の木"の木のように雲よりも高く伸びることができるでしょうか？



いつまでたっても前の月の$\frac{1}{2}$ずつしか伸びないんだから，下のようにたて1，横2の長方形を使って考えてみてね。



最初の長さ1を面積1で表わすことにする。

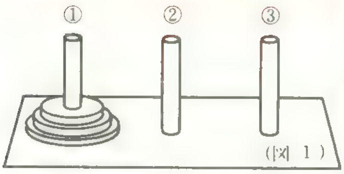
1か月後に$\frac{1}{2}$伸びて、高さは$1+\frac{1}{2}$、これは上の図で表わせる。

さらに、前の月の半分伸びる。

その後、どうなる？

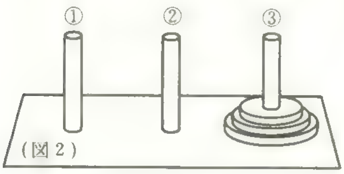


問題★その3



（図 1）

▼



（図 2）

「ハノイの塔」というゲームを知っていますか？

このゲームは，図1のような3本の柱と，いくつかの大きさの違う輪を使うゲームです（図1では3個の輪を使っています）。

まず，①の柱に下から大きい順に輪が重なっている状態から始め，次の規則に従って輪を柱から別の柱へ次々と動かしていって，できるだけ少ない回数で①以外の柱（②か③）に，最初と同じ状態ですべての輪を移す（図2）というゲームです。

～輪を移動させるときの規則～

(ア)　1回の移動では，1個の輪しか動かせない。

(イ)　どの柱においても，小さい輪の上に大きい輪を重ねてはいけない。

このように，輪が3個の場合は輪をどのように移動させれば移動の回数が最も少なくゲームを終了できますか？　また，その最少回数は何回ですか？

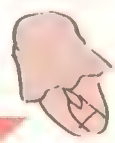


ヒントだよ！

実際に，手近にある品物を使って実験してみるか，移動させる手順を書いていってごらん。



時間があるときに自分で考えてみてね



チャレンジ問題

$\frac{27}{13}$から始まる分数で順々に分母には4，分子には3を加えて，分数を作っていきます。

(1)　10番目の分数を求めなさい。

(2)　1に等しくなるのは何番目の分数ですか。

(3)　20番目までで約分できる分数は何個ありますか。

(4)　この分数の列はどんな分数に近づいていきますか。　（愛知教大附改題）



ヒントだよ！

分数の列を10番目まで書き出していってみると次のようになるね。

$\frac{27}{13}$, $\frac{30}{17}$, $\frac{33}{21}$, $\frac{36}{25}$, $\frac{39}{29}$, $\frac{42}{33}$, $\frac{45}{37}$, $\frac{48}{41}$, $\frac{51}{45}$, $\frac{54}{49}$, ……

(1)～(3)は，分数の列の中の規則を見つけ出すことがポイントだね。

(4)は1000番目の分数，2000番目の分数というぐあいに求めて見当をつけてみよう。

8月26日(水) 21



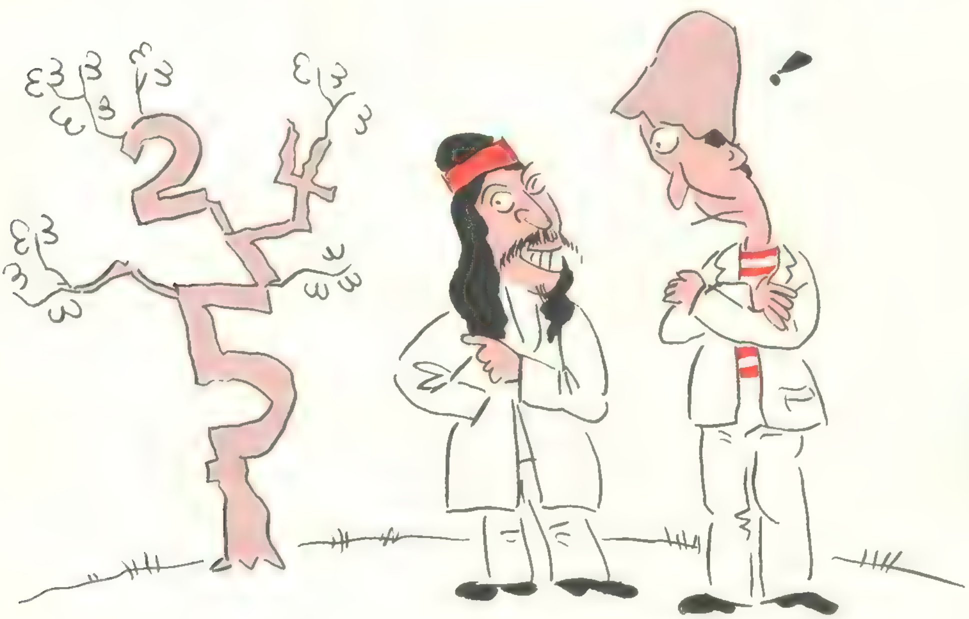
正方形はどこに消えた?

数の列と黄金比

君たちは毎日何気なく，食べて寝て遊んで，ときにはおかあさんのコゴトをうるさいと思いながら勉強して，〝算数なんか無くなってしまえばいい〞なんてことを思いながら毎日何となく過ごしているのかもしれませんが，君は数字に支配された世界に生きているのです。

たとえば「たまたま，きょう，平泳ぎで25m泳げたんだけどなあ一」といっても，それは何らかの不思議な力が作用したからじゃなく，体の動かし方によって水の浮力，君の体重，君が前に進もうとする力，などの君にかかるすべての力の方向や大きさのバランスがとれるかどうかにかかっていることなのです。これは理科で習うことですが，これらのことはすべて数式を立てて解明することができるのです。

地球を美しくいろどっている木々，花々……これらだってでたらめに茎や花をつけているのではありません。数字で表現される規則に従っているのです。昔の人たちによって造られた壮大なピラミッド，古代ギリシャのパルテノン神殿，永遠の美女ミロのビーナス，……などそれらの美しさの中にも共通する規則があります。今回はそれらの美しさに潜む数理を見ていきましょう。





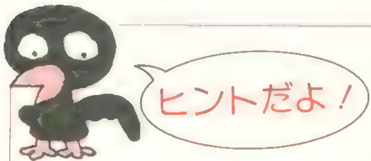
問題★その1

下の数の列はある規則に従って数が並んでいます。

その規則を見つけて，空白になっているところに入る数字を埋めなさい。

1，1，2，3，5，8，13，(1)□，34，55，(2)□，(3)□，233，377，(4)□，(5)□，1597，……

この数の列を〝フィボナッチ数列〟といいます。

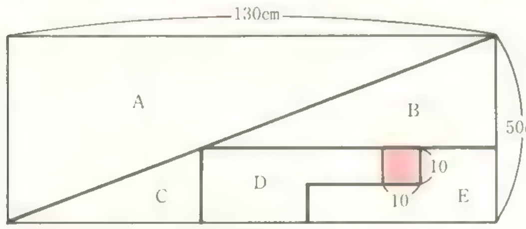


どれでもいいから，連続している3つの数に注目してごらん。
たとえば，「3，5，8」に注目しよう。3と5をどうしたら8になる？

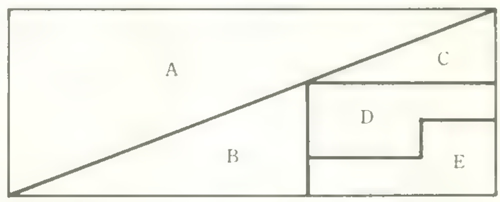


問題★その2

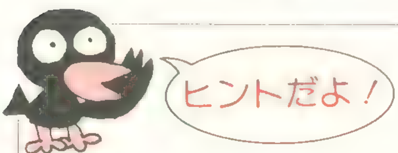
図1のような，1辺の長さ10cmの焼けこげの穴にあいた(黒く塗った部分)，横130cm，たて50cmの長方形があります。これを図1にかかれた線に沿って切り，図2のように並べかえると，不思議なことに横130cm，たて50cmの穴のあいていない長方形にもどってしまいます！　穴のあいた部分の面積はどこにいってしまったのでしょうか？



(図1)



(図2)

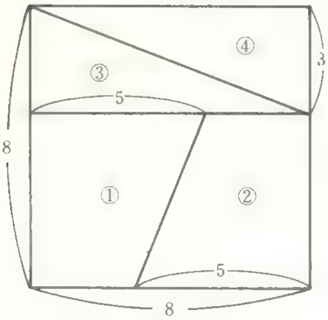


付録⑦の紙を切りとって，図2のように並べてごらん。そのとき，図2のように並べかえる前に，図1の横130たて50の長方形のワクを紙の上に写しておこう。その長方形の上で図2のように並べかえてみるとわかりやすいよ。

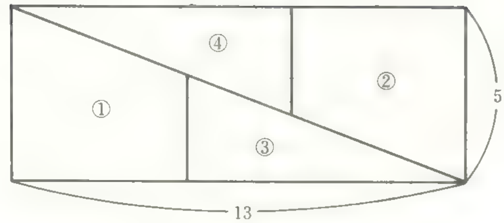


問題★その3

たて8，横8の面積64の正方形があります。これを（図1）のように切って（図2）のように①～④を並べかえると，横13，たて5の面積65の長方形に変化します。並べかえるだけで面積が1ふえるなんておかしな話ですよね？　ふえた面積1の大きさはどこからきたのでしょうか？　次に，別の並べ方をして面積63cmに見えるように①～④を並べてください。



（図１）

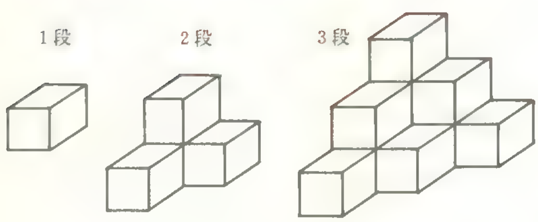


（図２）



問題★その4

１辺の長さが１cmの立方体を，下の図のようにだんだんに重ねていきます。７段に重ねるには，何個の立方体がいりますか。また，このときの立体の表面積はいくらですか。（芝中）



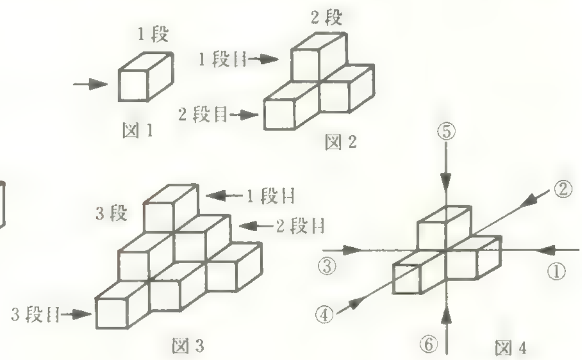
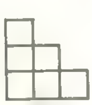




図１～３のようにとらえて,「１段ふえるごとに何個の立方体がふえていくのか」ということに注目してごらん。規則性が見えるかな？

表面積を求めるときは，立体を６つの方向（図４）それぞれからながめたときに，その方向に向い合っている形の面積を求めて足し算しよう。たとえば３段の場合（図５）は，６つのどの方向から見ても図６のような形をしているよね。


図５


図６



問題★その5

下のように，ある規則にしたがって分数が並んでいます。どういう規則で並んでいるかを見つけ，$\frac{3}{8}$が何番目にくるかを当てなさい。（ラ・サール中）

$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{2}{2}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{3}{2}$，$\frac{1}{5}$，$\frac{2}{4}$，$\frac{3}{3}$，$\frac{4}{2}$，……

8月27日(木) **22**



なぞの小包の正体は？

手順とつるかめ算

君たちも知っているように，江戸時代（1600～1868年）の日本は鎖国をし，この広い地球の中で〝井戸の中の蛙〞ならぬ〝世界の中の孤島〞になっていました。江戸時代半ば以降では，まだ日本では陸上の乗り物といったら，馬が最高級品だったのですが，イギリスではすでに蒸気機関車が走り出していました。でも，当時の日本人はそんなことを想像することさえありませんでした。1700年代には，イギリスのニュートンが万有引力の法則や微積分などの〝現代の科学・技術を支えている重要な研究〞を始めていたのですが，もちろんそんなことも知りませんでした。

だけど，鎖国していた日本で，算数の発達（研究）が完全に遅れていたのかというと，そうではありません。江戸時代の人びとが研究した独創的な算数の問題が日本全国各地の神社に奉納され，たくさん残されているのです。このような江戸時代の日本の算数の研究は〝和算〞とよばれ，その独創さゆえ，現代においても世界の人びとから注目を集めています。

そのような〝和算〞の本の中に出ている問題の中のひとつに〝つるかめ算〞という問題があります。今回は，つるかめ算を解くときの考え方を使って，ニセコイン探しをしましょう。

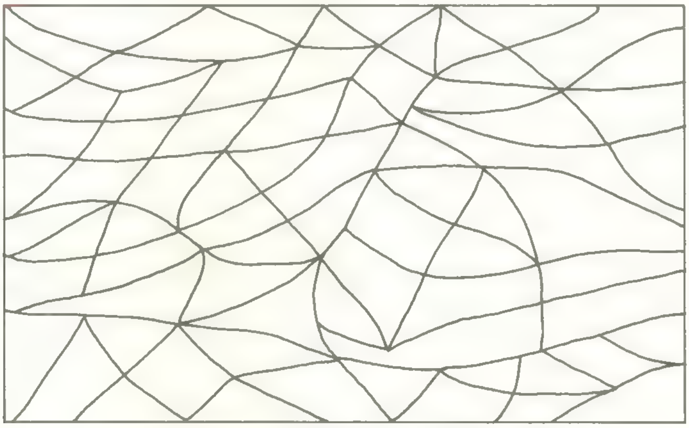




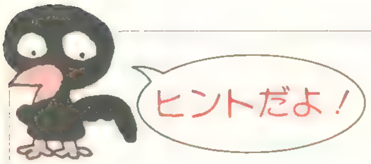
問題★その1

図1のような網(あみ)があります。

この網を，はさみで切るひもの本数が一番少なくてすむようにして上の方から下の方へ切り開きたいとします。さて，どのように切っていったらよいでしょうか（ただし，ひもとひもの交点は，固くて切れないものとします）。

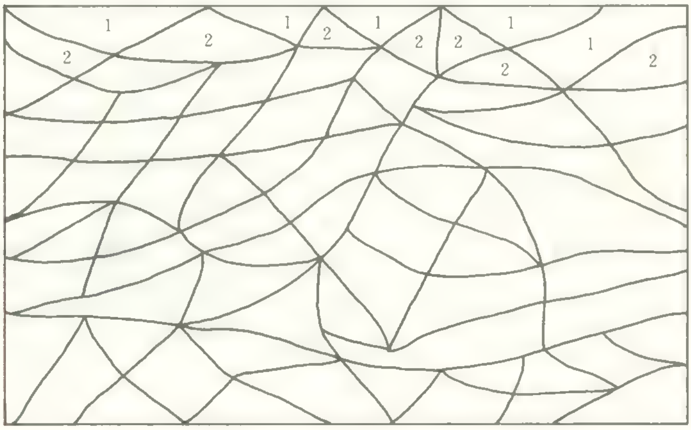


（図1）



図のように，1回はさみをいれれば，行ける領域（部分）すべてに“1”という番号を書きます。次に2回はさみをいれれば行ける領域に2，……というぐあいに，すべての領域に番号をつけてみましょう。

さて，一番下側の領域の中で番号が小さいのはどの領域でしょうか？　その領域を通るように上から切るにはどんなふうに何本のひもを切っていけばいいですか？



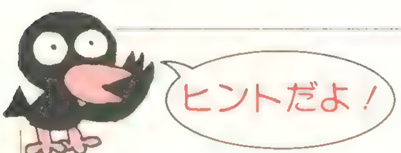
㉒なぞの小包の正体は？



問題★その2

コインが入っている袋が７つあります。どの袋の中にも７枚以上のコインが入っています。

いま，この７つの袋の中の１つの袋の中のコインは全部ニセコインだということがわかっています。本物のコインは１枚20ｇ，ニセコインは１枚19ｇであるとき，はかりを１回だけ使ってニセコインが入っている袋を当てるには，はかりにコインをどんなふうにのせたらよいでしょうか？



いきなり７つの袋を相手にすると大変だから，まず，袋の個数が２個の場合について考えてみよう。

袋が２個だったら，２つの袋に①，②と番号をつけて，①の袋から１枚，②の袋から２枚とり出して，はかりに乗せれば，いっぺんにどっちの袋がニセコインの袋なのかわかるよね。

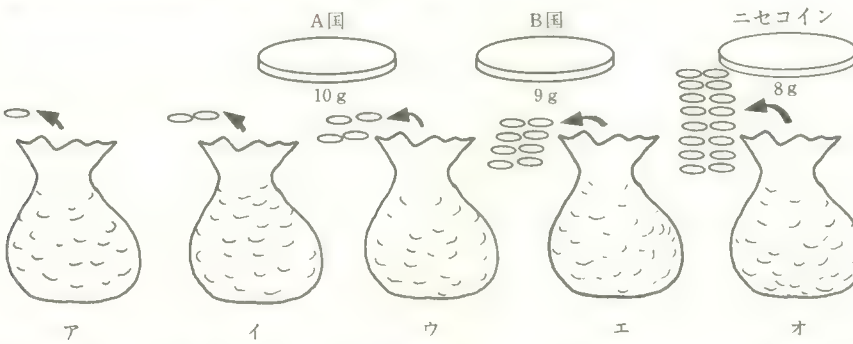
だって，両方とも本物だとしたら，はかりは20ｇ×３枚＝60ｇの重さを示すはずだけど，３枚のうち，１枚か２枚がニセコインだから60ｇより軽いはずだ。ニセコイン１枚まざっていたらはかりは何ｇを示す？　ニセコインが２枚だったらはかりは何ｇを示すかな？





問題★その3

A国とB国のコインとニセコインは，形，大きさ，色は同じですが，A国のコインは１枚10ｇ，B国のコインは１枚９ｇ，ニセコインは１枚８ｇです。いま，ア，イ，ウ，エ，オの５個の袋があり，それぞれの袋には同じ国のコインが16枚以上入っています。ア，イ，ウ，エ，オの袋から，それぞれ１枚，２枚，４枚，８枚，16枚のコインを取り出し，合計31枚の重さをはかったところ，297ｇでした。



５つの袋の中のひとつの袋だけが，ニセコインの入った袋だということがわかっています。このとき，５つの袋に入っているコインがそれぞれどのコインなのかを当ててください。

（麗明館中学校）



ヒントだよ！

31枚全部がA国のコインだとすると実際にはかりが示した重さよりも，13ｇ重くなるよね。

そこで，何枚かをB国のコインと何枚かをニセのコインと取りかえて13ｇ減らすこと考えればいい。

8月28日(金) 23



ワッ，ワッ，ワッ，輪の不思議

図形の分類

「あいつはいいヤツだ」と思っていても，修学旅行やキャンプで何日間もずーっといっしょに生活したり，学芸会でやるお芝居の練習のために放課後毎日いっしょだったりして，ふだんと違う状況で相手をながめることになると，今まで気がつかなかった相手の性格が見えてくることがあるね。それと同じで〝勉強〟や〝研究〟でも，いままでわからなかった物体やできごとを，それまで研究者たちがながめてきた角度とは違ったいろいろな観点からながめることによって新発見が成されていくのだ。

今回学ぶ不思議な形は，〝トポロジー〟という20世紀に急速に研究が進められた算数の中の〝図形を扱う分野〟に登場する図形です。それまで，〝図形〟というと，君たちにもおなじみの三角形や四角形，円などのキッチリした形についての研究が行われていました。それに対して，トポロジーという学問ではゴムや曲面などの，もっとやわらかい形に目をむけて，そういう物体の性質について研究します。ですから，三角形や四角形，円などの図形とは違った観点から不思議な形をした図形たちをながめます。そんな変な形を研究して何の役に立つと思う人もいるかもしれませんが，高速道路のインターチェンジの設計に利用されるなど，さまざまな場面で役に立っているのです。

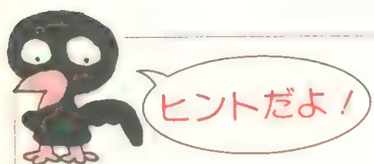
トポロジーに出てくる不思議な図形たちや，また，それらを研究するための図形に対する新しい見かたについて今回は少しのぞいてみましょう。





アルファベットを線のつながりぐあいで分類するとどうなりますか？

A	B	C	D	E
F	G	H	I	J
K	L	M	N	O
P	Q	R	S	T
U	V	W	X	Y
Z				

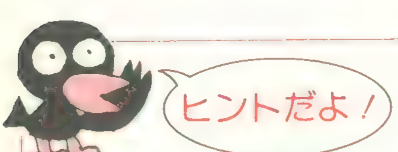


BとHとPとQの4文字と同じ形をした他の文字はないので，これらは除外します。

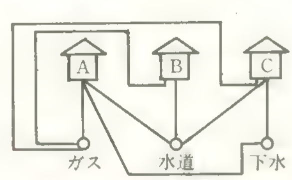
そして，残りの22文字はI型，T型，K型，A型，O型の5種類に分類できます。



3軒の家があって，ガス，水道，下水の配管作業をします。ただし，3つの管は交差しないように配管したいのです。これは可能なことでしょうか。ただし，配管は同じ平面で行うので，ある管を空中高くとりつけたり，地面の深くにとりつけたりすることはできません。



こうやってつないでみると，Bの家と下水を他の線と交わらずにつなく方法は，あるのだろうか？



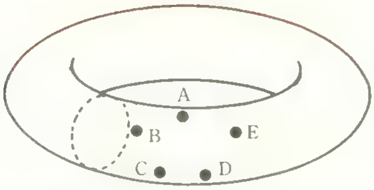


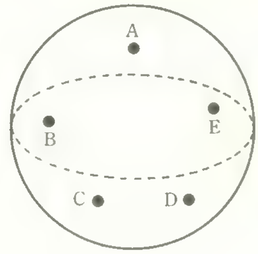
問題★その3

トーラス（浮き輪）に５つの点が打ってあります。

この５点を交差することなく線で結ぶことはできるでしょうか。

また，球に５点が打ってあったとき，同じようにできるでしょうか。

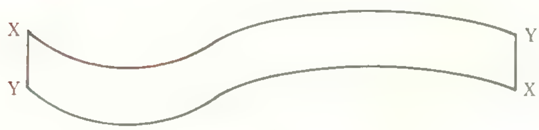




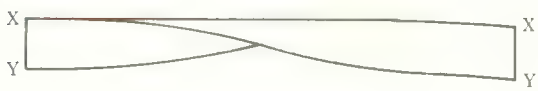


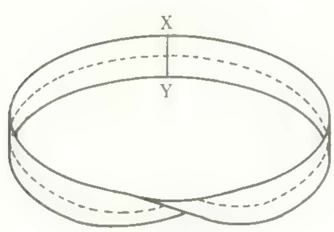
問題★その4

下の図のような輪を作ってください。この，ねじった帯を〝メビウスの帯〟といいます。それをつないで輪にしたものを〝メビウスの輪〟といいます。



メビウスの帯を作ろう





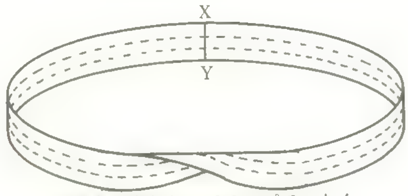
帯を１度ねじってテープでつなぐ

点線（２等分）のように切ると，どのような形になるでしょうか。



問題★その5

〔問題その4〕は2等分でしたが，3等分したらどうなるでしょうか？

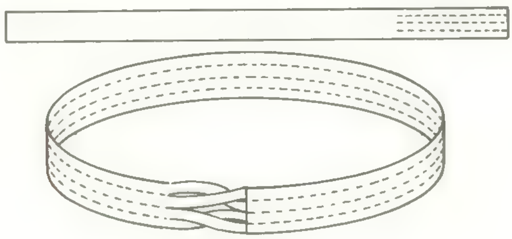


帯を1度ねじってテープでつなぐ



問題★その6

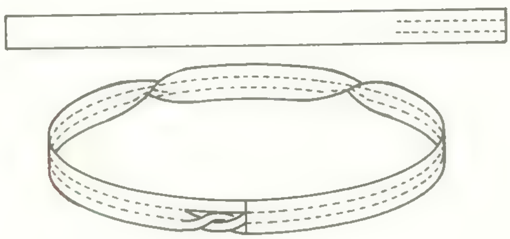
まず，帯に3か所の切りこみを入れます。そして図のような輪を作って，点線に沿って切るとどのようになるでしょうか？





問題★その7

帯に2か所の切りこみを入れます。この帯を2回ひねってできた輪を点線に沿って切ると，どのようになるでしょうか？



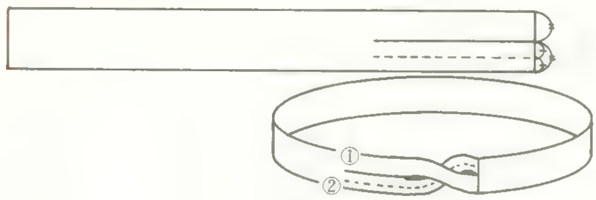
㉓ワッ，ワッ，ワッ，輪の不思議



問題★その8

帯を２等分する所と，２等分した所を２等分する所に切りこみを入れます。これを下の図のような輪にして，まず実線の通りに切ると，どのような形になるでしょう？

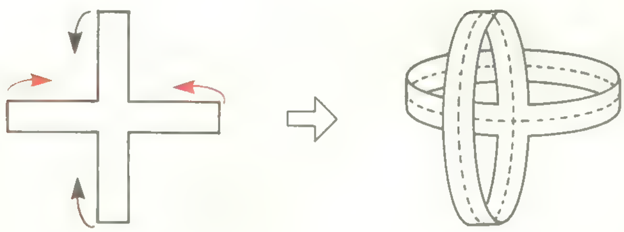
次に点線の通りに切ると，どのような形になるでしょう。





問題★その9

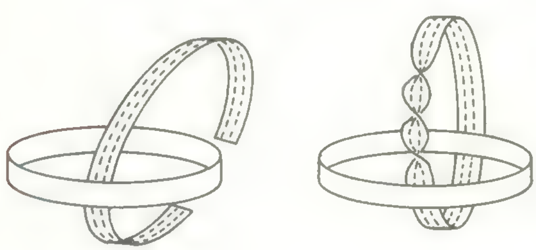
十字状の帯でそれぞれ輪を作り，２等分するように切ると，どのような形になるでしょうか？





問題★その10

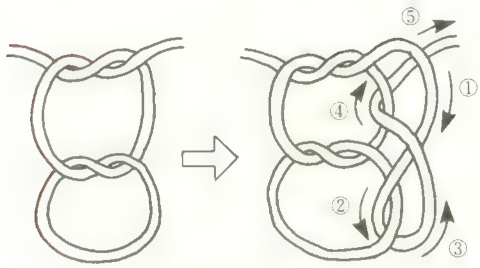
１つの輪に帯を通して，３回ねじってできた輪をつくります。そのねじれた輪を３等分に切ると，どのような形になるでしょう。





問題★その11

図のようにしてひもを結ぶと，結び目はどのようになるでしょう。



次の2つのうち，どちらでしょうか？

A——固結びになってしまう。

B——ほどける。



問題★その12

セーターを着て腕を組みます。腕を組んだままはなさずに，セーターを裏返しに着ることは，できるでしょうか。





ヒントだよ！　手伝う人が必要ですが，必ずできます。

8月29日(土) **24**



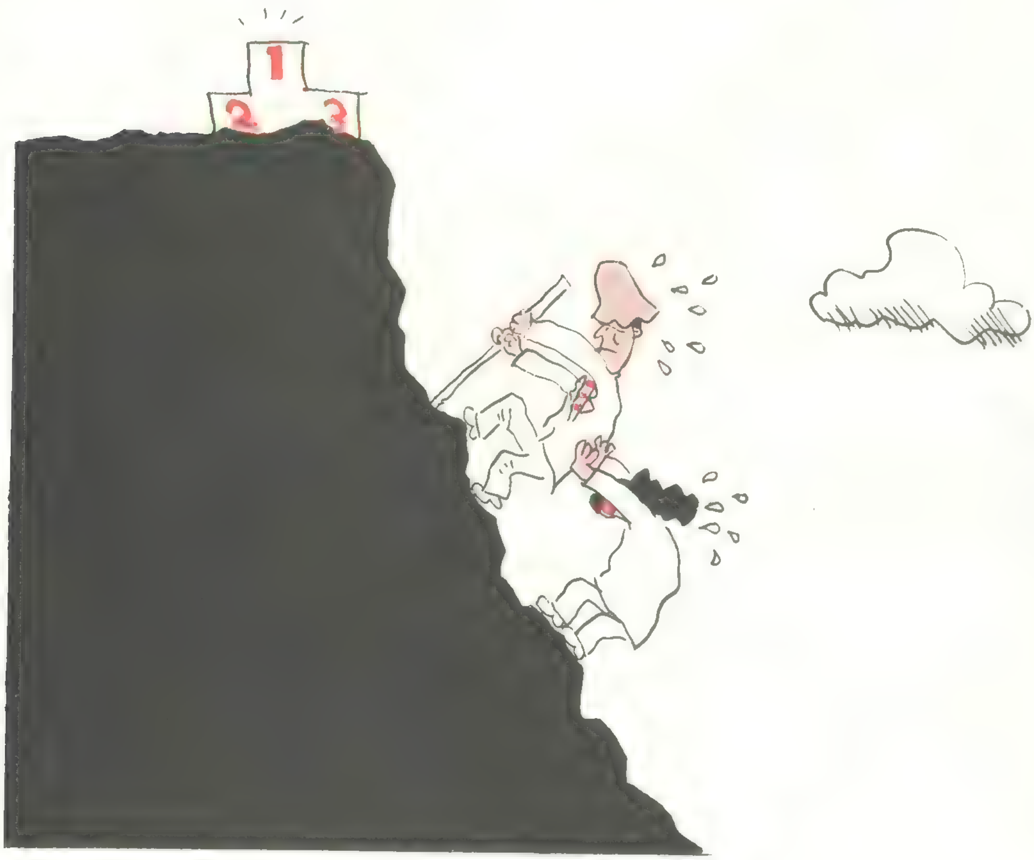
森のお別れパーティー

算数博士のなんでも相談

みんなガンバッて，長い間，一生懸命勉強してきましたね。この授業を通して，算数はおもしろくて，また，いろいろなことに応用ができる科目であるということが少しはわかってもらえたかな？

どんなことでも同じだけれど，何かを得意になるためには最初におもしろくないこともガマンして練習しなければならないんだ。テレビゲームだって，スポーツだって，そうだったよね。

夏休みが終わってからも，算数の授業を真剣に聞き，また，いろいろなことに興味を持って，不思議なことや少し難しそうなことにもドンドン挑戦していく算数大好きな元気っ子でいてください。





問題★その1

図１のようなマス目のたて線と横線の交わった点（このような点を格子点といいます）のうえに，３点①，②，③があります。

このマス目の格子点の中から１点Ｐを選んで，点Ｐから①，②，③のそれぞれへ，横線とたて線を通って行くことを考えます。

さて，どの位置にＰをとれば（Ｐから①への道のり）＋（Ｐから②への道のり）＋（Ｐから③への道のり）が最小になるでしょうか？

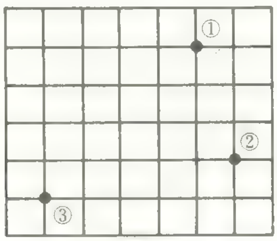
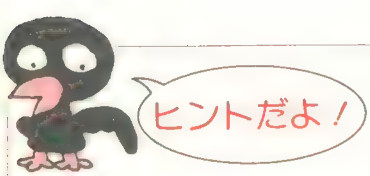


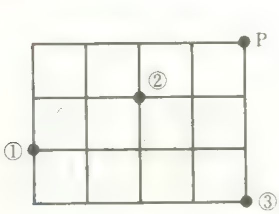
図１



点Ｐをいろいろな位置にとってひとつひとつていねいに調べていく，というのもひとつの方法です。でも，もっとスゴーイ方法があるんだ。もう少しマス目が少ない場合でその方法を紹介しよう。

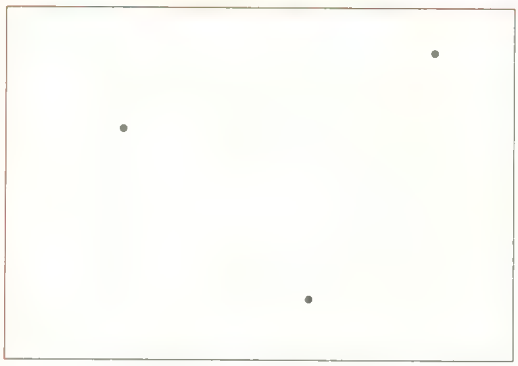
まず，点Ｐを適当にどこかにとる（図では右上の位置にとった）。その位置から１マス分好きな方向に進んでみたとき，①，②，③それぞれの位置に近づくか遠ざかるのかを調べ，(i)近づく位置のほうが多かったらその方向に進み，(ii)遠ざかる位置のほうが多かったらその方向に進むのをやめて，さっきの位置から別の方向に進む。

この操作をくり返して，最後に行きついた地点が求めるべき点Ｐの位置になるのだよ。やってごらん。





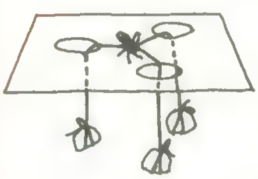

実験コーナー



（問題その１）では３点①，②，③も点Ｐも格子点の位置にある場合でした。今度は，平面上のでたらめな位置に３点①，②，③がある場合はどこに点Ｐをとったら，

（点Ｐと点①を結ぶ線分の長さ）＋（点Ｐと点②を結ぶ線分の長さ）＋（点Ｐと点③を結ぶ線分の長さ）

が最小になると思いますか？



次は，このような場合には，次のような実験をすると求めたい点Ｐの位置がわかります（付録⑧を利用して実験してみてね)。

〔実験の手順〕

① まず同じ長さの３本の糸（ひも）を１点で結びます。

② ３本の糸（ひも）の結び目のないほうを厚紙に穴を開けて通します。

③ 各糸（ひも）の先におもりをつけて，手を離します。

この実験によって，糸（ひも）の結び目が止まった位置が，３本の線分の長さが最小になる点の位置になります。



問題★その2

〝何かと文句ばかりつける人〟と君の２人で１本のジュースを分けることになりました。正確に量れるための道具は何もなくて，変な形をした２個のコップとジュースのびんしかありません。へたに分ければ文句を言われるし，だからといって相手の言いなりになって自分の分が少なくなるのはイヤです。２人が納得してジュースを分けるためには，どうやって分けたらよいでしょうか？



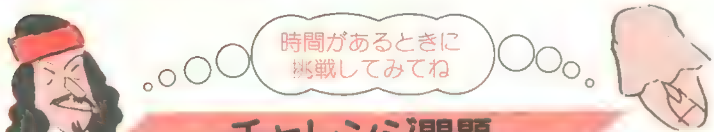
ヒントだよ！

２人のうちのどちらか１人だけがジュースを分ける（ジュースを２つのコップに注ぐ）人になろう。ジュースを分けた人が好きな方を選んじゃったら不公平になるから……。



問題★その3

3人でジュースを分ける場合には，どうやって分けたら3人は納得することができるでしょうか？



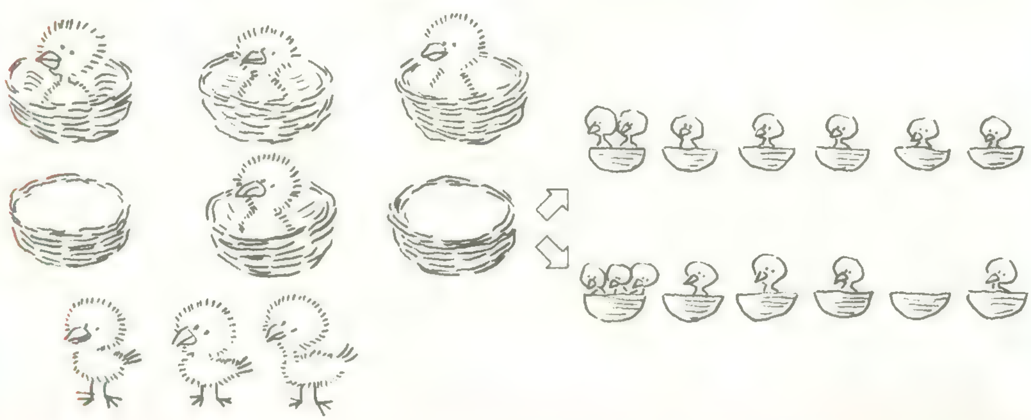
チャレンジ問題

“7羽のハトがいます。どのハトも必ず巣に入ってねむります。このとき，これらのハトに巣が6個しかなければ，少なくともひとつの巣には2羽以上のハトがいます。”

このあたりまえの事実と同じように考えると，「367人の人がいれば，その中には同じ誕生日の人が必ず2人以上いる」

ことがわかります。

どうしてだかわかりますか？　説明してください。

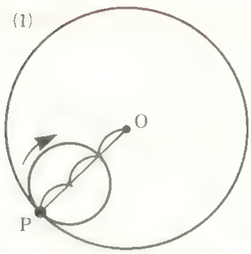




問題★その4

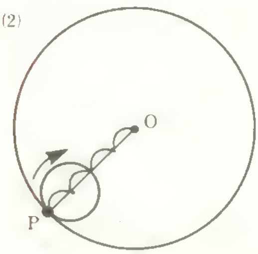
それぞれの点は，どんな図形を描くでしょうか。図示してください。

(1)



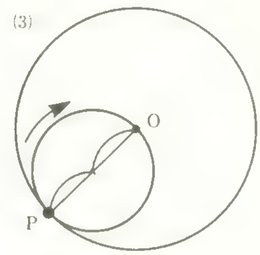
半径１の小さい円が半径３の大円のまわりをすべることなく１回転するときに小円の円周上の１点Ｐが描く図形。

(2)



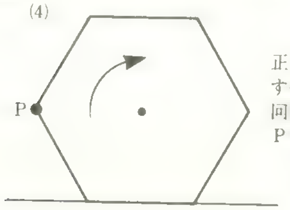
半径１の小円が半径４の大円のまわりを１回転するときに点Ｐが描く図形。

(3)



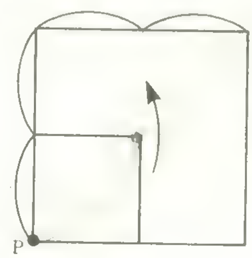
半径１の小円が半径２の大円のまわりを１回転するときに点Ｐが描く図形。

(4)



正六角形が地面の上をすべらずに図の方向に回転していくときの点Ｐの描く図形。

(5)



１辺の長さ１の小正方形が１辺の長さ２の大正方形の中をすべることなく１回転して、点Ｐが元の位置にもどってくるまでに描く図形。

解　答

1　ずばり当てよう君の誕生日

問題その1

表にすでに記入されている数とヒントから

3＝16×[0]＋8×[0]＋4×[0]＋2×[1]＋1×[1]

だから，2進法で表わすと〝0 0 0 1 1〟となります。30だと，

30＝16×[1]＋8×[1]＋4×[1]＋2×[1]＋1×[0]となって

30は1 1 1 1 0と表わせる。他の数字も同様に16，8，4，2，1を使って表わすと下表のようになります。

	16	8	4	2	1
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0
3	0	0	0	1	1
4	0	0	1	0	0
5	0	0	1	0	1
6	0	0	1	1	0
7	0	0	1	1	1
8	0	1	0	0	0
9	0	1	0	0	1
10	0	1	0	1	0

11	0	1	0	1	1
12	0	1	1	0	0
13	0	1	1	0	1
14	0	1	1	1	0
15	0	1	1	1	1
16	1	0	0	0	0
17	1	0	0	0	1
18	1	0	0	1	0
19	1	0	0	1	1
20	1	0	1	0	0

21	1	0	1	0	1
22	1	0	1	1	0
23	1	0	1	1	1
24	1	1	0	0	0
25	1	1	0	0	1
26	1	1	0	1	0
27	1	1	0	1	1
28	1	1	1	0	0
29	1	1	1	0	1
30	1	1	1	1	0
31	1	1	1	1	1

これに基づき〈付録①〉の5枚のカード（A，B，C，D，E）を作ります。

〈作り方〉

Aには1，Bには2，Cには4，Dには8，Eには16，これらの基本の数を使っている数をそれぞれのカードに記入します。

A

1	3	5	7
9	11	13	15
17	19	21	23
25	27	29	31

B

2	3	6	7
10	11	14	15
18	19	22	23
26	27	30	31

C

4	5	6	7
12	13	14	15
20	21	22	23
28	29	30	31

D

8	9	10	11
12	13	14	15
24	25	26	27
28	29	30	31

E

16	17	18	19
20	21	22	23
24	25	26	27
28	29	30	31

問題その2

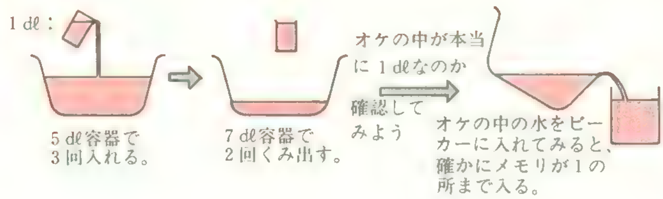
5枚のカードの左すみの数（赤字の数）～基本の数～に注目してみましょう。ノッポさんの誕生月〝5〟について，問題1の表の〝5〟の所を見てください。5＝4＋1です。だから，ノッポさんの選んだカードは，AとCのはずです。この2枚のカードの左すみの数字は1と4ですね。

博士は，選んだカードの左すみの数～基本の数～をたして5と言ったのです。

同様に，誕生日でノッポさんは，BとDを選んだので，左すみの数，Bは〝2〟，Dは〝8〟をたして〝10〟とわかったのですね。

2 ジュースは正確に量るべし

問題その1



以後，このことを[5][5][5]－[7][7]＝ 1 dℓと書くことにします。

2 dℓ：[7]－[5]＝ 2 dℓ
3 dℓ：[5][5]－[7]＝ 3 dℓ
4 dℓ：[7][7]－[5][5]＝ 4 dℓ
6 dℓ：[7][7][7]－[5][5][5]＝ 6 dℓ
8 dℓ：[5][5][5]－[7]＝ 8 dℓ

9 dℓ：[7][7]－[5]＝ 9 dℓ
10dℓ：[5][5]＝10dℓ
11dℓ：[7][7][7]－[5][5]＝11dℓ
12dℓ：[7]＋[5]＝12dℓ

問題その2

どんな組み合わせをしても 1， 3， 5，…（奇数）dℓはくみ出せない。この容器でくみ出せるのは 2， 4， 6，…（偶数）dℓのように 2 の倍数だけ。

チャレンジ問題その1

何dℓでもくみ出すことができる。

1 dℓ：[7]－[3][3]＝ 1 dℓ
2 dℓ：[3][3][3]－[7]＝ 2 dℓ
4 dℓ：[7]－[3]＝ 4 dℓ
5 dℓ：[3][3][3][3]－[7]＝ 5 dℓ
　または
　[7][7]－[3][3][3]＝ 5 dℓ

6 dℓ：[3][3]＝ 6 dℓ
8 dℓ：[3][3][3][3][3]－[7]＝ 8 dℓ
　または
　：[7][7]－[3][3]＝ 8 dℓ
9 dℓ：[3][3][3]＝ 9 dℓ
10dℓ：[7]＋[3]＝10dℓ

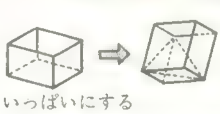
チャレンジ問題その2

どんな組み合わせをしても 1， 3， 5，……（奇数）dℓはくみ出せない。

問題その3

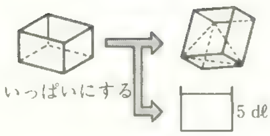
次のようにマスを傾ければ， 6 dℓマス 1 つで，それを 1 回だけたるに入れて 1 dℓ～ 6 dℓまでのすべての量を正確にくみ出せます。

6 dℓ：いっぱいにくみ出す。
3 dℓ：ヒントに示したように傾ける。
1 dℓ：

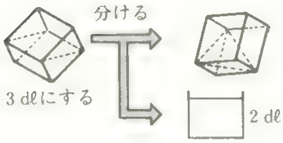


マスの中は三角すいになる。しかも 3 dℓのときの三角柱と底面積，体積とも等しい。ポイントより三角柱の$\frac{1}{3}$の体積である 1 dℓが残る。

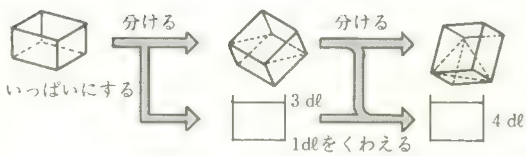
5 dℓ：



2 dℓ：



4 dℓ：



3 とじこめちゃうぞ

問題その1

その1ではまず，5×5のマスを黒と白で交互にチェッカー状にぬりつぶします。このとき，2種類のチェッカーができるはずです。一方は，4つの角が4つとも黒，もう一方は，白です。これがこのマジックの重要なところなんです。いまから示す種あかしでは，4つの角が全部黒の場合について考えます。まず，スタートはどこの角を選んでも黒です。そこから偶数個動くと，最初が黒だから，1個目が白，2個目が黒，3個目が白，4個目が黒というように，絶対黒のマスの上にきてしまいますね。だから，みんながどこに進んだのかがわからなくても，必ず黒いマスの上にいることだけはわかります。白いマスの番号の上には誰もいないので，その番号を勝手に選んで，〝何番に×印をつけてください〟といえたわけです。

次に，黒いマスから出発して奇数個動くと，1個目で白，2個目で黒，3個目で白というように，どのように進もうとも絶対白のマスの上にきていますね。だから，黒いマスの上には誰もいないことがわかるので，その番号を勝手に選んで〝何番に×印をつけてください〟といえるのです。

このような操作を何回かくり返してうまく消して（×印をつけて）いけば，だれがやっても，みんなをひとつの場所にとじこめてしまうことができるわけです。ただし，でたらめに黒いマスを消したり，白いマスを消したりすると，あるマスにいる人がそこから動けなくなってしまう可能性があるので，残っているマスがつながっているように消していかなければなりません。このことを先ほどのマジックの順序(5)のところを例にとって説明しましょう。

(5)で，6，10，20，24番を消していますが，このとき(5)′のように8番のマスもいっしょに消してしまったとします。しかし，そのとき3番は黒いマスなのでだれかがいる可能性がありますね。すると，3番のマスにいた人は，(6)でたて，よこどちらにも進めなくなってしまって，マジックはストップしてしまいます。だから，このような8番の消し方はできないのです。

順序(5)

~~1~~	~~2~~	3	~~4~~	~~5~~
~~6~~	7	8	9	~~10~~
~~11~~	12	13	14	15
~~16~~	17	18	~~19~~	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~

▶

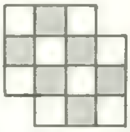
(5)′

~~1~~	~~2~~	3	~~4~~	~~5~~
~~6~~	7	~~8~~	9	~~10~~
~~11~~	12	13	14	15
~~16~~	17	18	~~19~~	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~

問題その2

実は，どんなふうにしきつめたとしても，図のような2個マスの欠けたチェス盤をドミノ牌でうめつくすことはできません。なぜでしょうか？

まず，14個のマスを交互に黒と白で塗ってください（右図)。ドミノ1個を垂直に置こうと，水平に置こうと黒のマス1個，白のマス1個をカバーします。



ところが，図の白いマスの部分と，黒いマスの部分の個数を数えると白は8個，黒は6個ですね。ここで，もしこの図をドミノ牌でうめつくすことができたとしたら，図の黒，白のマスを7個ずつカバーします。しかし，この図では白8個，黒6個だから白と黒のマスの数が違いますね。だから，いくらがんばってもうめつくすことはできないわけです。

みんな，わかったかな？

4 数え人登場！

問題その1

49校にそれぞれボールをひとつずつ持ってもらったのだから，ボールは全部で49個あります。負けたチームはボールを箱にもどして帰ってもらうのです。優勝校は最後までボールを持っているのだから全試合のあと，箱の中にはボールが48個入ります。よって，全部で48試合したことになります。(答)48

問題その2

自分チーム（横）／相手チーム（縦）

	A	B	C	D	E	F
A	＼	×	○	○	×	○
B	○	＼	×	×	×	○
C	×	○	＼	×	○	○
D	×	○	○	＼	○	○
E	○	○	×	×	＼	○
F	×	×	×	×	×	＼

総当たり戦の場合，まず，自分との戦いがないし，たとえばA対BとB対Aは同じ1試合ですから，試合数は左の対戦表の（消されてない）マスの個数の半分です。よって，

$$\frac{(\text{チーム数})\times(\text{チーム数}-1)}{2}$$

です。

チーム数は6なので，$\frac{6\times(6-1)}{2}=15$となります。(答)15

答　15試合

問題その3

山にたくさんの木が生えていて，それを数えたいのです，これを指でさしながらひとつずつ数えても，どの木が数え終わっていて，どの木が数え終わっていないのか途中でわからなくなってしまうことがあります。そこで縄を用意すると便利なのです。

縄を1本ずつ木に結びつけることによって山の木の本数が次の計算によってわかります。

［全部の縄の本数］－［残った縄の本数］＝［木に結んだ縄の本数］＝［山の木の本数］

問題その4

5×4＝20個のボールで白いボールのほうが赤いボールよりも多いのですが，白いボールの個数が知りたいのです。これを，白いボールのほうを数えてしまうと，17個数えることになり手間がかかります。赤いボールのほうなら3個ですみ，早く数えられます。

そして，全部で20個のボールから赤いボール3個を引くと，白いボールの数17個が求まります。

［全部の個数 5×4＝20個］－［赤いボール 3個］＝［白いボール 17個］

問題その5

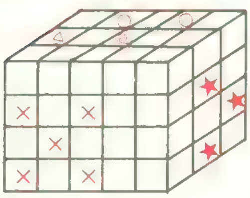
同じ種類の硬貨で分類します。

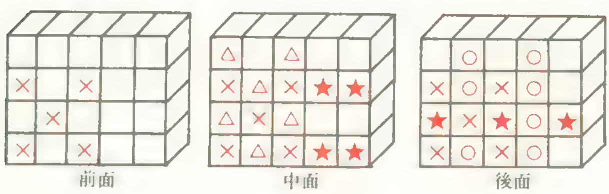
500円×４枚＝2000円
100円×10枚＝1000円
50円×７枚＝ 350円
10円×11枚＝ 110円
５円×６枚＝ 30円
１円×10枚＝ 10円 (＋
3500円

１枚ずつたしていくのではなく，このように分類して計算すると，早く数えることができるのです。
ふだん，なにげなくやっていることでも，このように算数の知恵がつまっているのですね。

問題その6

赤い部分はうしろまでずっと赤いので，





このようにネズミに食べられています。つまり残ったチーズは，

前面――15個
中面―― ５個
後面―― ５個

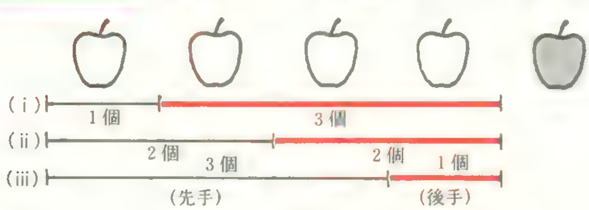
なので合計 15＋５＋５＝25個となります。

5 最後のリンゴは毒リンゴ

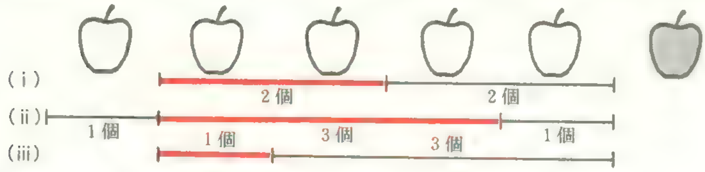
問題その1

(1) リンゴの木にリンゴが５個なっているときには，先手が１回目にリンゴをとる３通りの取り方（黒線）によって，後手はそれぞれ赤線のように取れば勝てる。

(注) 先手と後手の取るりんごの個数の和が４になっています。

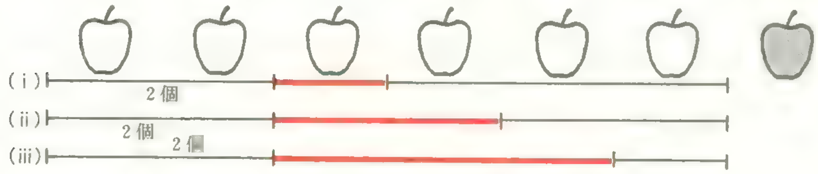


(2)　6個だったら，先手は最初にリンゴを1個取る。つぎに下表のように取れば先手が勝つ。

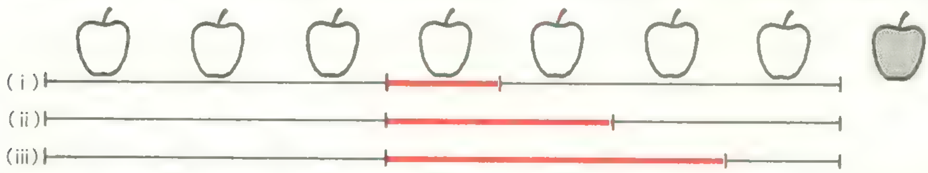


（注）先手が最初に2個または3個取ったら後手が勝ってしまう。

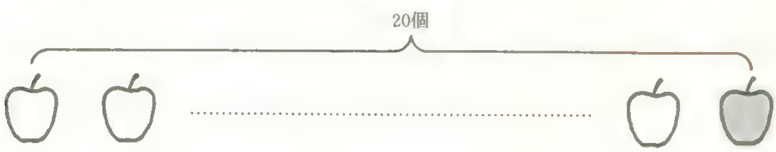
(3)　7個だったら，先手は最初にリンゴを2個取る。つぎに，下表のように取れば先手が勝つ。



(4)　8個だったら，先手は最初に3個のリンゴを取る。つぎに下表のように取れば先手が勝つ。



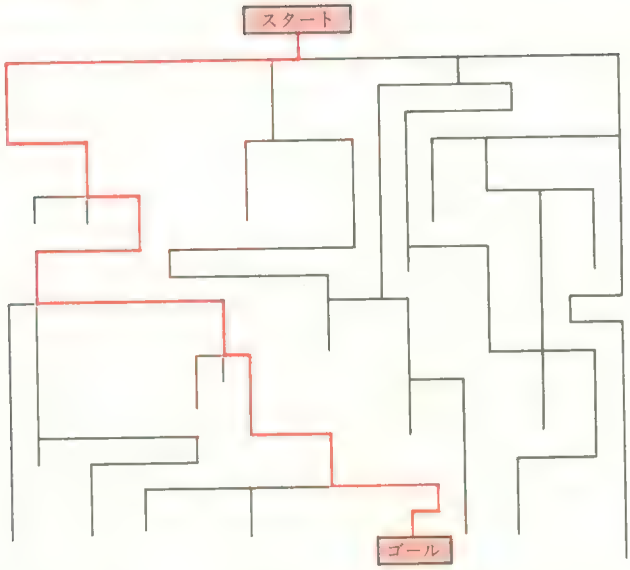
(5)　20個の場合も〝最後に1個残すには〞と逆から考えればよい。



先手は最初に3個のリンゴを取ります。すなわち，後手が取るとき，リンゴは17個残っています。つぎから後手が取るリンゴの個数に対して，〝後手と先手の取るリンゴの個数の和が4〞になるように先手が取り続ければ，残っているリンゴの個数は17→13→9→5→1となり，最終的に先手が勝ちます。

一般に，最初にあるリンゴの個数が，4で割ったら1余る数なら後手必勝で，それ以外の数なら先手必勝です。

問題その2



このような迷路も逆から考えれば簡単だったね。

問題その3

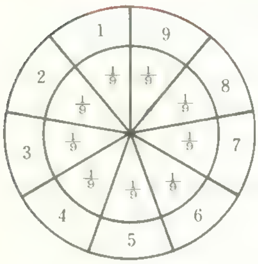
あみだくじの場合，当たりの場所がわかっていれば，当たりから逆にたどっていけば，③を引けばよいことがわかります。

問題その4

このダーツゲームで玉を投げて，当たる目は1～9点のどれかになります。それぞれの点になる確率はどれも9分の1です。

2回目に玉を投げたときの平均点は（2回目に当たった数だけで決まるので），

$$\frac{1+2+3+\cdots\cdots+9}{9}=5$$



です。つまり2回目に玉を投げたとすると，平均5が期待できます。

だから1回目に当たった数が4以下の場合には2回目を投げたとすると期待できる点のほうが大きいので2回目を投げたほうが有利です。1回目に6以上が出た場合には，期待できる数のほうが小さいので1回目でやめたほうが有利です。

また5が出た場合には，期待できる数と同じなので，2回目を投げても，1回目でやめても確率的には同じです。

（答）

- 1回目の点数が1～4ならば2回目も投げるほうが有利。
- 1回目の点数が6～9ならば2回目は投げないほうが有利。
- 1回目の点数が5ならば，2回目を投げても，1回目でやめても同じ。

6 マンホールのフタはなぜ丸い？

問題その1

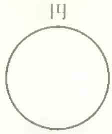
長さ20cm（何cmでもよい）でいろいろな図形を作って（囲って）みてください。すると，いろいろな形の中で円の面積がもっとも大きいことがわかります。

問題その2

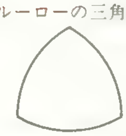
マンホールのフタの形としてふさわしいのは，安全性を考えてフタがずれたとしても下に落ちないことです。その条件をみたすのはさしわたし幅が一定な図形（すなわち定幅図形）です。

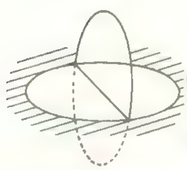
［ふさわしい形］

円



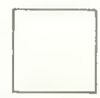
ルーローの三角形

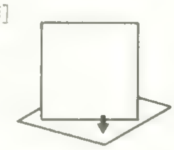




定幅図形ならどこかにひっかかって絶対に下に落ちることはありません。

［ふさわしくない形］





正方形のマンホールをたまに見かけますがそのときは，穴がマンホールよりもずっと小さくなっていて絶対に落ちないように工夫されています。

問題その3

まず，1つの円を正方形の片隅に固定し，次にもう1つの円を動かしてみます（図1）。それから，正方形の対称性に注目し，固定する円を4つある隅のどこにするかを考えれば，図2のアミ点部の図形が答になることがわかります。

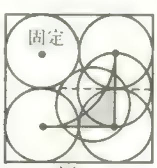


図1

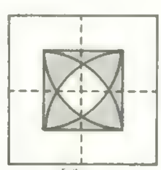
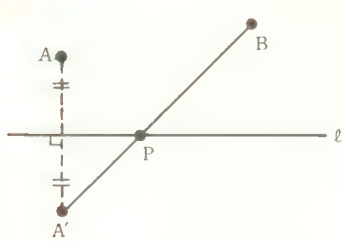


図2

7 無事に脱出できるかな？

問題その1



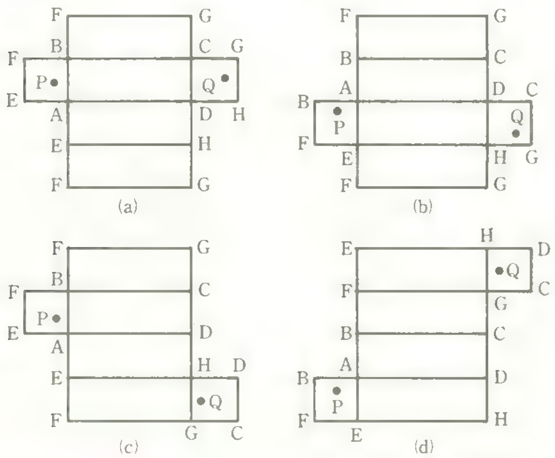
上図のように，点Aの直線 l に関する対称な点をA′とします。A′とBを結ぶ線分が l と交わる点が，AP＋PBを最小とする点です。

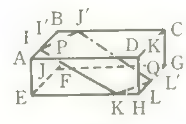
なぜならば，AP＋PB＝A′P＋PBであり，3点A′，P，Bは一直線上にあるからです。

問題その2

直方体を展開すると，展開のしかたによっていろいろな図ができます。その中から２点Ｐ，Ｑを結ぶ線分がちゃんと展開図の中に入っているものを選ぶと，たとえば下図のような４つの展開図があります。

この中で，２点Ｐ，Ｑを結ぶ線分の長さをものさしで測ってみると最小になる図は図ｃで，その距離はちょうど40cmです（下の図は縮少してある）。図ｃの展開図を組み立てれば，直方体の表面上のルートがわかります（図ｅ）。





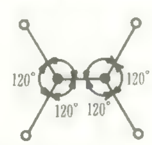
問題その3

正三角形の３頂点に位置する３点をつなぐ。電話線の総長は図１において(1)は４cm，(2)は約3.46cmです。よって，(2)のほうが少しだけ短い。

(1)，(2)以外にもいろいろなつなぎ方がありますが，せっけん液を使った実験で確認したように(2)のつなぎ方がすべての中で最短です。

正方形の４頂点の位置にある４点をつなぐ電話線の総長は図２において(1)は６cm，(2)約6.82cm，(3)約5.64cmです。よって，(3)が一番短くなります。しかし，実験で確認したように，(3)よりももっと短いつなぎ方がありましたね。それは，下図のもので，総長約5.46cmです。

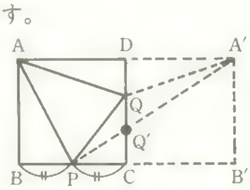
以上の結果は算数の最先端の研究結果なので電話線の総長が最小の結び方を算数的に証明することは小学生の算数を使って示すことはできません。ここでは小学生の皆さんが〝算数を勉強するとき実験することがとても大切なことである〟ということをわかってくれれば十分です。

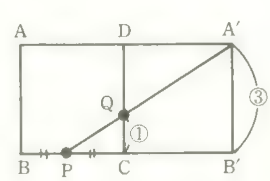


問題その4

正方形ＡＢＣＤを辺ＤＣに関して折り返し，正方形ＤＣＢ′Ａ′を作ります（下図)。このとき，ＰＱ＋ＱＡ＝ＰＱ＋ＱＡ′に等しいことから，ＰＱ＋ＱＡが最小になるようなＱの位置は線分ＰＡ′とＣＤの交点Ｑ′です。

このとき，△ＰＣＱ′と△ＰＢ′Ａ′は相似形で，
ＰＣ：ＰＢ′＝ＣＱ：Ｂ′Ａ′＝１：３　です。
ＣＤとＡ′Ｂ′の長さは同じですから，結局，
ＤＱ：ＱＣ＝２：１になります。

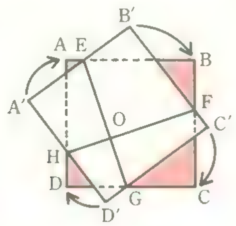




8 平面図形のファンタジー

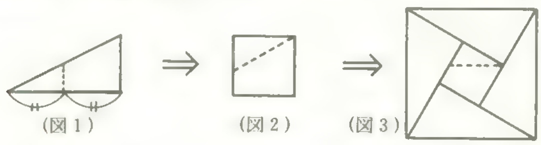
問題その1

まず，下図のように2枚の紙のうち，下の紙の4頂点をA，B，C，Dとし，上の紙の4頂点をA′，B′，C′，D′とします。さらに，辺ABと辺A′B′，辺BCとB′C′，辺CDとC′D′，辺DAとD′A′の交点をそれぞれE，F，G，Hとします。そして，点EとGを直線で結び，点FとHも直線で結びます。このとき，これら2本の線分の交点Oに画びょうをさして，矢印のように紙を回せば，2枚の紙はピッタリ重なります。



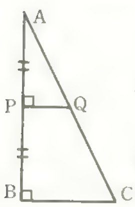
問題その2

1枚の直角三角形を，図1の点線にそって切って，それを図2のように組み合わせて，図3のように並べればよい。



（図1）　（図2）　（図3）

なぜ，このように切ると正方形になるのでしょうか？



左の図のように，直角三角形の頂点をA，B，Cとおきます。辺ABの中点Pをとり，Pから辺ACに，辺BCと平行になるような直線を引き，その直線と辺ACの交点をQとします。

AP＝PBだから，辺APを1とすれば，辺ABは2で，2つの直角三角形△ABCと△APQは相似であり，

直角三角形ABC：直角三角形APQ＝2：1

よって，BC：PQ＝2：1

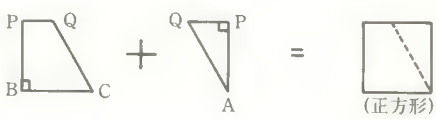
AC：AQ＝2：1

だから，AP＝PB

AQ＝QC

PQは共通

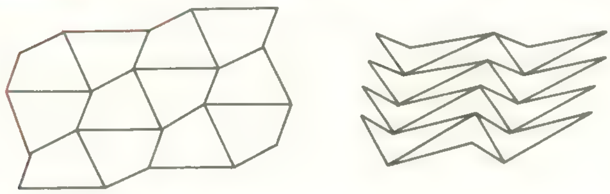
となり，右図のようになります。



（正方形）

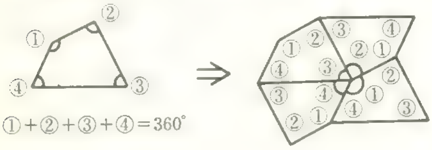
問題その3

2つの四角形は，両方とも敷(し)きつめ可能です。



この2種類の四角形のタイルに限らず，どんな形の四角形のタイルでも，平面をすき間なくうめつくすことができます。
その理由は，ポイントで学んだように，四角形の内角の和がつねに360°であることに原因しています。

4つの角①～④が1か所に集まるようにタイルを並べていくとすき間なくうめつくします。

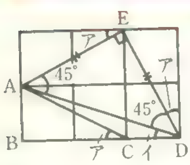


①+②+③+④=360°



①+②+③+④=360°

問題その4



左図のように，線AE，EDをひくと，三角形AEDは直角二等辺三角形です。よって，アとイの和は，長方形の右下の角に注目して，

ア＋イ＝90°－45°＝45（度）

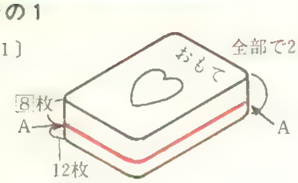
9 君も今日からトランプマジシャン！

問題その1

（ヒント）の解答から始めましょう。

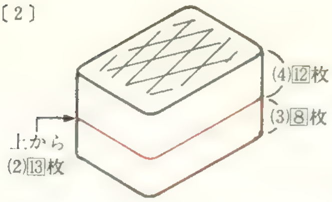
その1

〔1〕



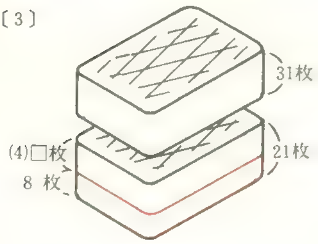
手順(b)の終わった段階で，カードAの上には(1) 8 枚のカードがあります。

〔2〕



手順(c)でこの21枚のトランプの山を裏返すと，“カードA”は，
上から(2)13 枚目
カードAの下には(3)8 枚，上には(4)12 枚
のカードがあります。

〔3〕

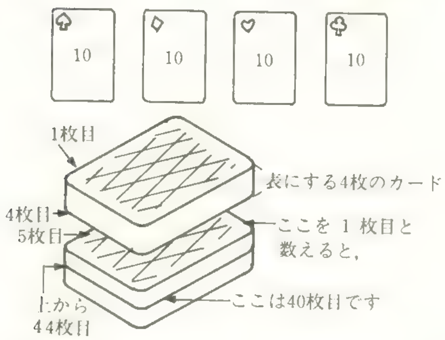


手順(3)で，残っている31枚のカードを乗せると，カードAの上には31+12=(5)43枚のカードがあります。だから，カードAは，上から(6)44 枚目にあります。

このことをよく覚えておいてください。

その1：(1)8，(2)13，(3)8，(4)12，(5)43，(6)44

その2

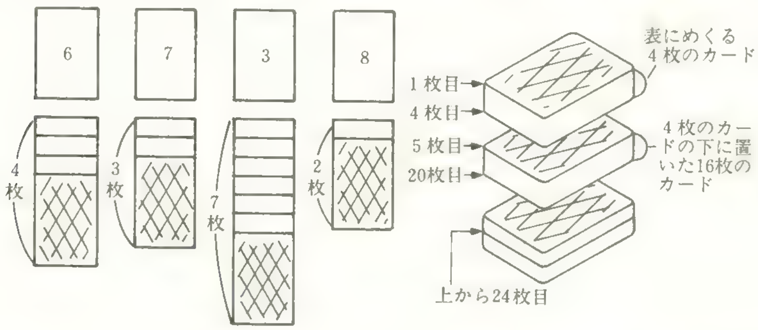


カードを4枚めくり，出た数字が全部10だったら，

△=10+10+10+10=40枚目のカードがAです。　(答) A

〔ii〕出たカードが下のようだったら，残ったカードの上から24枚目のカードがAです。

(答) 24枚目



一般に，めくった4枚のカードがどんなカードであっても，それら4枚のカードの数字とカードの下に置いたカードの枚数の合計はいつも“40”なのです。

(めくった4枚の数字をたした数)+(4枚のカードの下に置いたカードの枚数)=40

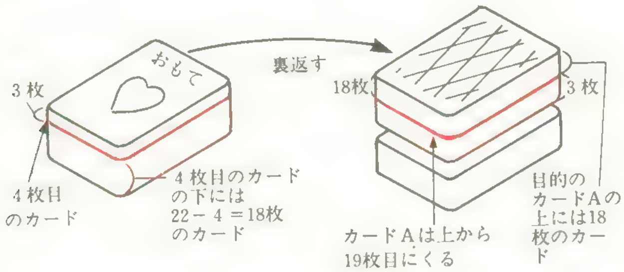
だから，手品のやり方の手順にしたがってカードをめくれば，この数字40とめくったカードの枚数4とをたした数である44枚目にあるカードAが現われるのです。

問題その2

半分ぐらいのところで52枚のトランプを2つに分けてもらったので，2つの山はどちらもだいたい26枚に近い枚数のはずです。説明をわかりやすくするために，手に持ったトランプの山の枚数が22枚だったとしましょう。

このとき，相手に覚えてもらうのは，おもてから数えたときの2＋2＝4枚目のカードAです。

カードAの下には22－4＝18枚のカードがありますから，そのトランプの山を裏返しにしたら，目的のカードは，上から19枚目になります(下図参照)。これは手に持ったトランプの山の枚数が20～29枚の間なら必ず19枚目になるのです。



その理由はわかりますか？

『20～29までの数ならば，その数の10の位と1の位の数をたしてできる数をもとの数から引くと必ず18になる』という事実があるからです。

よって，(1)～(6)の操作が終ったとき，相手が覚えているトランプは，52枚の裏返しになったトランプの山の上から19枚目にかならずあるのです。

こぼればなし

20～29までの数なら「(もとの数)－(10の位と1の位をたした数)＝18」でした。では，他の数だったらどうなると思いますか？

1～9までの数なら	0
10～19までの数なら	9
20～29までの数なら	18
30～39までの数なら	27
40～49までの数なら	36
⋮	⋮

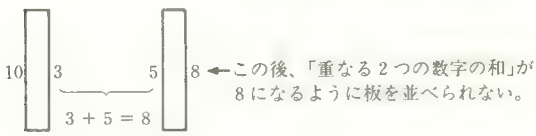
というぐあいに，必ず9の倍数が現われるのです。

これは「〝ある数を9で割ったときの余りは〟その数の各位の数をたした数を9で割ったときの余りと同じ」という，算数の事実からくることです。

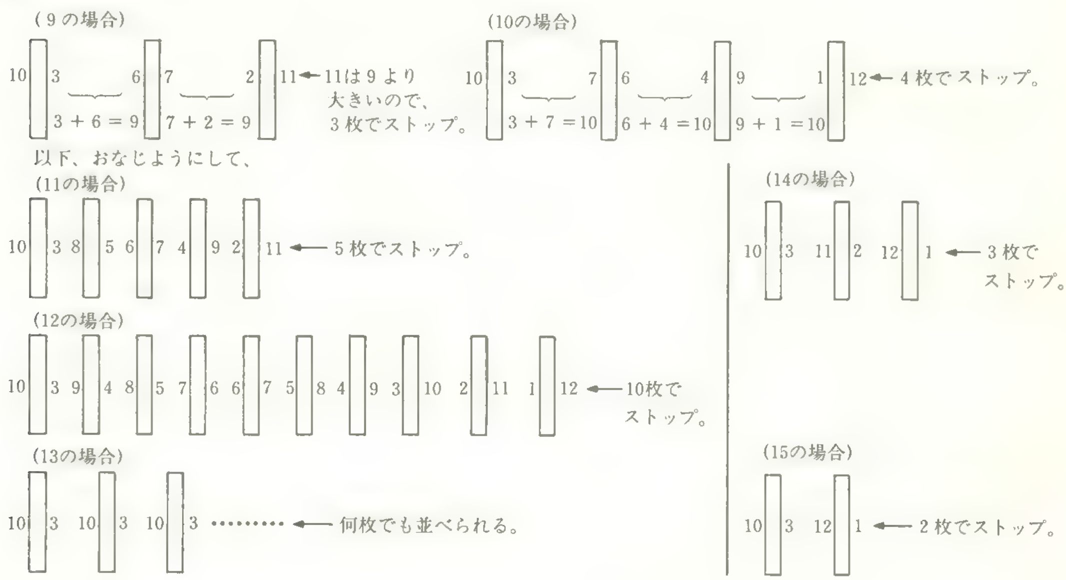
問題その3

まず，１枚目の板の裏の数字は
13－10＝３より３です。

いま，２枚の板の数字をたした数が８の場合について調べてみると，下図より，２枚より多くの板を並べることができないことがわかります。同じふうに「２枚の板の重なる面に書かれた数字のたした数」が８以下の場合について調べると，２枚目の板の裏の数字が８以上になってしまうので，２枚より多くの板を並べられないことがわかります（「２枚の板の重なる面に書かれた数字の和」が８の場合）。



「２枚の板の重なる面に書かれた数字のたした数」が９，10，11，……のときどうなるか調べてみると，下の図のようになります。

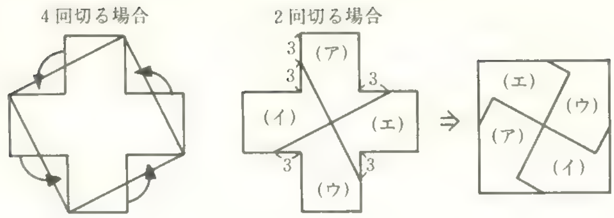


これらより，５枚でストップする場合は「たした数の和が11のとき」だということがわかるので，答は11です。

10　上手に切って円満解決

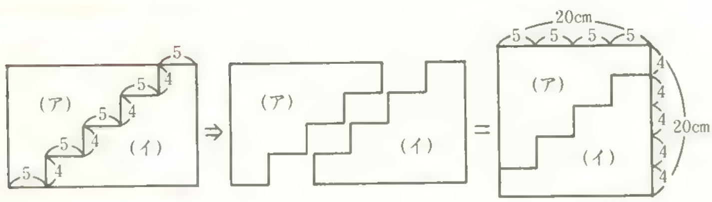
問題その1

２とおりの答があります。

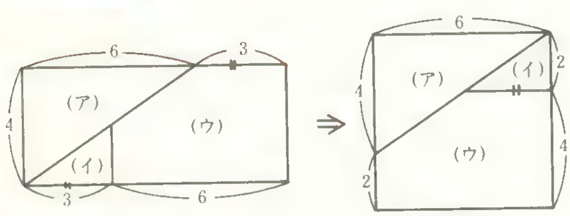


問題その2

次のように切ればよいのです。



チャレンジ問題



問題その3

まず△ＣＦＥと△ＥＤＦに注目します。

これら２つの三角形の面積が等しくなるには，高さが一定だから底辺ＣＥとＤＥの長さが等しければいいわけです。

だから　ＣＥ＝ＤＥ

次に△ＧＤＣと△ＧＤＢ（図１斜線部分）に注目します。

△ＧＤＣは，△ＧＤＢと等しい三角形を３個（△ＣＥＦ，△ＥＦＤ，△ＤＦＧ）をふくんでいます。だから△ＧＤＣと△ＧＤＢの面積の比は３：１です。

これらは高さが等しい三角形なので，

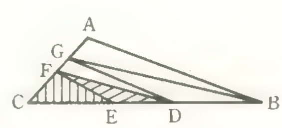
ＣＤ：ＤＢ＝３：１

図２から

ＤＢ＝80÷４＝20cm

ＣＥ＝ＤＥ＝(20cm×３)÷２＝30cm

次に△ＣＦＤと△ＧＦＤ（図３斜線部分）に注目します。



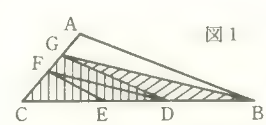


図１

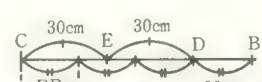


図２

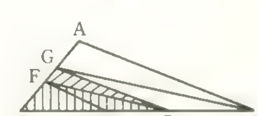


図３

△CFDは，△GFDと等しい三角形を2個(△CFEと△EFD)ふくんでいます。だから△CFDと△GFDの面積の比は2：1です。これらは高さが等しい三角形です。

よって

CF：FG＝2：1

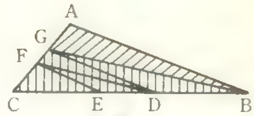


図4

次に△BGCと△BGA（図4斜線部分）に注目します。

△BGCは△BGAと等しい三角形を4個(△CEF，△EFD，△FDG，△GDB)ふくんでいます。だから△BGCと△BGAの面積の比は4：1です。これらは高さが等しい三角形です。

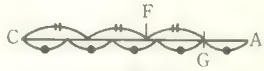


図5

よって　CG：GA＝4：1

図5からGA＝30÷5＝6cm

CG＝6×4＝24cm

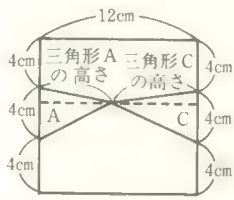
FG＝24÷3＝8cm

CF＝8×2＝16cm

よってCE＝30cm，ED＝30cm，DB＝20cm，CF＝16cm，FG＝8cm，GA＝6cmとなります。

問題その4

図のように，向かい合った2つの三角形A，Cに注目しましょう。すると，内部のどこに点をとっても



(三角形Aの面積)＋(三角形Cの面積)

$=\left\{\frac{1}{2}\times 4\times(\text{三角形Aの高さ})\right\}+\left\{\frac{1}{2}\times 4\times(\text{三角形Cの高さ})\right\}$

$=\frac{1}{2}\times 4\times\{(\text{三角形Aの高さ})+(\text{三角形Cの高さ})\}$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 12=24$ (cm²)

であることがわかります。

同じようにして，

(三角形Bの面積)と(三角形Dの面積)の和も24cm²であることがわかります。

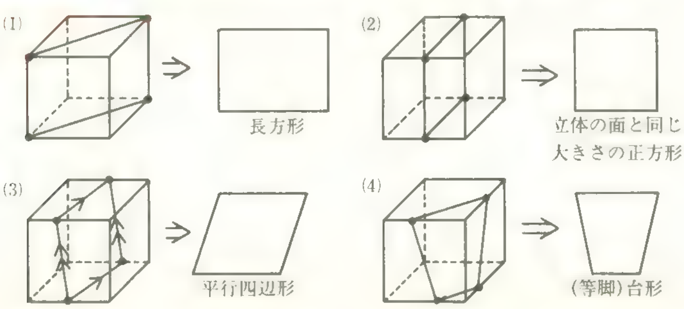
よって，4つの三角形A，B，C，Dの面積の和はいつも

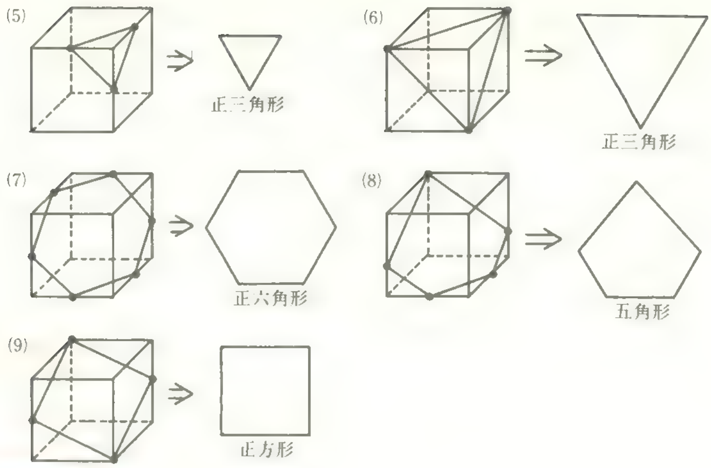
24＋24＝48cm²です。

11 断層写真を写してみれば

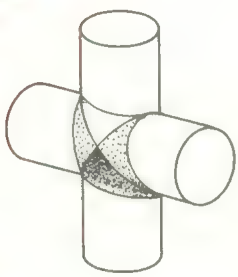
問題その1

立体に現われるそれぞれの断面図は，次のようです。





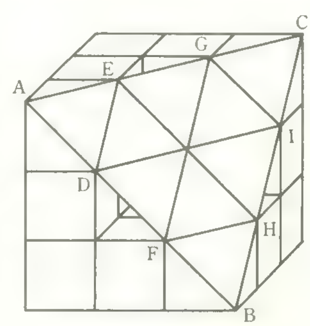
問題その2

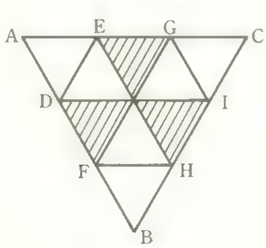


問題その3

まず，穴があいていない立方体を，3点A，B，Cを通る平面で切ったときの断面に現われる図形は，正三角形ABCですね（このことは，AB＝BC＝CAであることからわかります)。

つぎに，△ABCの3つの辺と穴の交点D，E，F，G，H，Iを右図のように，それぞれとります。そして，この9×9×9の立方体を，3×3×3の立方体が27個できるように区切ってみましょう。すると，三角形ADEの3辺の長さは等しいので，正三角形ということがわかります。同様にして考えると，△AFG，BFH，BDI，CGI，CEHもすべて正三角形であることがわかります。よって，立方体の切り口である三角形ABCは下図のように9個の正三角形に区切られます。そのうちの斜線部分の三角形が穴のあいた部分にかかっているところになので，切り口には現れません。





12 宝物はどこにある？

問題その1

これは簡単だったね！〝たぬき〟の絵があったから，〝た〟ぬきにすればよい。そう，『た』を全部ぬかして読んでみればいいんだ。そうすれば，〝ぬまとしろからおなじきょりにある〟と読めるね。沼と城から同じ距離にある地点は，城と沼の2地点を結んでできる線分の垂直二等分線上の点だね（図参照）。

問題その2

まず，左側の4個の数字だけかかれた数表のほうは，一番下の段に注目すると，右に3つ進むと10の位が3つ増えている。一番左の列に注目すると，上に3つ進むと一の位が3つ増えている。だから，この規則に注目すると，左上の数表の空白は次のようにうめられる。

14	24	34	44
13	23	33	43
12	22	32	42
11	21	31	41

41
↓
34
↓
43
↓
22

ろ	に	る	か
ら	る	こ	い
と	ど	き	に
ろ	の	あ	ふ

次にまん中にある〝41→34→43→22〟という数字は，この数字の位置に入っている文字の順に読むという意味なんだ。上の2つの表をくらべてみると，41→ふ，34→る，43→い，22→ど，つまり，〝ふるいど〟という意味のある単語になる。最後に，下に4つの文字表が矢印で結ばれている。この表を，時計まわりに90度ずつ回転させると，

ろ	に	る	か
ら	る	こ	い
と	ど	き	に
ろ	の	あ	ふ

41→ふ
34→る
43→い
22→ど

⇒

ろ	と	ら	ろ
の	ど	る	に
あ	き	こ	る
ふ	に	い	か

41→か
34→ら
43→に
22→き

⇒

ふ	あ	の	ろ
に	き	ど	と
い	こ	る	ら
か	る	に	ろ

41→ろ
34→の
43→と
22→こ

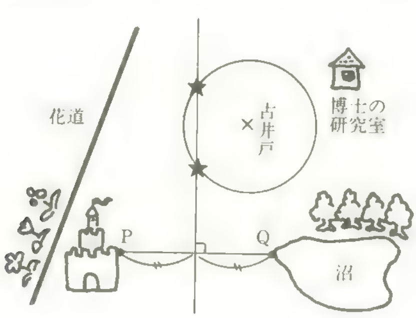
⇒

か	い	に	ふ
る	こ	き	あ
に	る	ど	の
ろ	ら	と	ろ

41→ろ
34→に
43→あ
22→る

『ふるいどからにきろのところにある』

となります。古井戸から2kmということは，古井戸を中心として半径2kmの円周上にある，ということになります。これを森の地図に描いてみると，沼と城から同じ距離にあって，古井戸から半径2kmの円周上にある点は，図の★をつけた2地点だね。



問題その3

まず，ヒントのほうから考えてみると，〝さんすうだいすき!!〟の，

さ→（2—赤），ん→（9—青），す→（2—黄），う→（0—黄）
た→（3—赤），゛→（9—桃），い→（0—青），す→（2—黄）
き→（1—青），!!→（9—緑）

この，数字の部分に注目してみると，

さんすうた゛いすき!!
↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓
2920390219

〝い〟〝う〟→0　〝ん〟〝゛〟〝!!〟→9
〝き〟→1
〝さ〟〝す〟→2
〝た〟→3

こうしてみると，

ア行→0，カ行→1，サ行→2 ……………………… らしいことがわかる。

次に，色の部分に注目してみると，

さんすうた゛いすき!!
↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓
赤青黄黄赤桃青黄青緑

こうしてみると，先ほどの数字が，ひらがな表の横の規則だったから，この色は，ひらがな表のたての規則らしいことがわかる。

これらを，ひらがな表にまとめてみると，

11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	
しゃ	きゃ	わ	ら	や	ま	は	な	た	さ	か	あ	赤
×	×	ん	り	×	み	ひ	に	ち	し	き	い	青
しゅ	きゅ	゜	る	ゆ	む	ふ	ぬ	つ	す	く	う	黄
×	×	゛	れ	×	め	へ	ね	て	せ	け	え	桃
しょ	きょ	!!	ろ	よ	も	ほ	の	と	そ	こ	お	緑

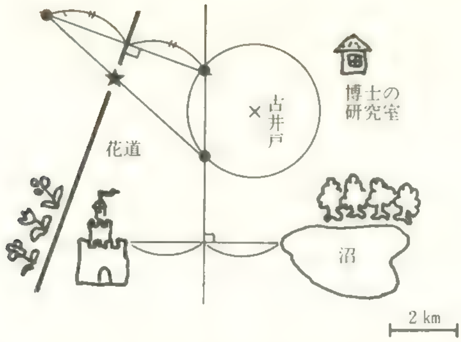
となる。

これをみながら，暗号文その3を解読すると，

（5—赤）→（4—赤）→（6—青）→（3—青）
は　な　み　ち
→（3—桃）→（9—桃）→（4—青）→（3—桃）
て　　に　て
→（9—青）→（1—赤）→（8—赤）→（4—緑）
ん　か　ら　の
→（10—緑）→（8—青）→（4—緑）→（9—赤）
きょ　り　の　わ
→（2—赤）→（0—青）→（11—緑）→（0—黄）
さ　い　しょ　う

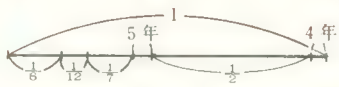
『はなみちで　にてんからのきょりわ　さいしょう』と，この暗号は解読できます。

よって，宝のありかは，★の位置ということがわかります。



13 お墓に書かれた年齢のなぞ

問題その1



この図から，実際にわかっている年数の部分（5年＋4年＝9年）が，全体の何分の1にあたるのかを調べましょう。

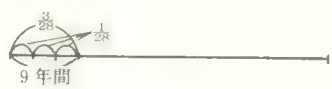
そのために全体1から，$\frac{1}{6}$，$\frac{1}{12}$，$\frac{1}{7}$，$\frac{1}{2}$をひきます。

$$1-\frac{1}{6}-\frac{1}{12}-\frac{1}{7}-\frac{1}{2}=1-(\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{7}+\frac{1}{2})$$

$$=1-(\frac{9}{12}+\frac{1}{7})=1-(\frac{3}{4}+\frac{1}{7})$$

$$=1-\frac{21+4}{28}=\frac{3}{28}$$

よって，5年と4年の合計9年間は全体の$\frac{3}{28}$にあたります。



だから，全体（ディオファントスの寿命）の$\frac{1}{28}$は

9（年）÷3＝3年間にあたります。ですから，全体はその28倍ですから，結局ディオファントスの寿命は，

$3\times28=84$歳

です。彼は，84歳で亡くなったのです。

問題その2

まず，(1)〜(4)の計算順序にしたがって数を線分で表しましょう。

(1) ① ――― で，思いうかべた数を表すことにしましょう。

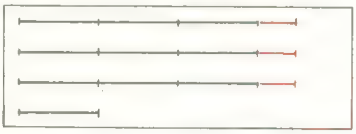
(2) は次のように表わせます。



(3) は次のように表わせます。



(4)　(3)の答の数に最初に思いうかべた数をたすと，次のようになります。



さて，相手が答えた数はどんな数でしょうか？

(4)の図から，

(相手が最後に答えた数)＝（相手が最初に思いうかべた数)×10＋３

となっていることがわかりますね。

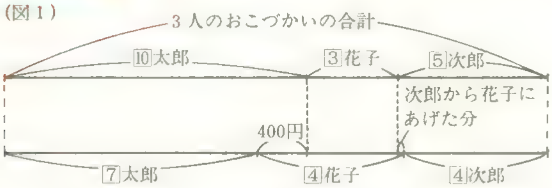
18を思いうかべたら，相手は最後に，18×10＋３＝183と答えるはずだし，9999を思いうかべたら，相手は最後に　9999×10＋３＝99993と答えるはずです。

つまり，相手がどんな数を思いうかべても，その数を◇○△□だとすると，最後に相手が答える数は，「◇○△□３」になっているわけです。

問題その3

最初の３人のおこづかいの割合が変化しても３人のおこづかいの合計は変わっていません。このことに注目して図を書くと，下のようになります。(図１)

(図１)



この図から，400円が，〝３人のおこづかいの合計〟の何分の１にあたるのか求めてみましょう。

太郎に注目すると，最初は，〝合計〟の$\frac{10}{10+3+5}=\frac{5}{9}$

をもっていたのに，400円を花子にあげたことで，〝合計〟の$\frac{7}{7+4+4}=\frac{7}{15}$

になってしまいました。ですから，400円は，〝合計〟の

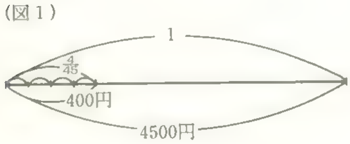
$$\frac{5}{9}-\frac{7}{15}=\frac{25}{45}-\frac{21}{45}=\frac{4}{45}$$

にあたります。だから，〝３人の合計〟は，

$$400\div\frac{4}{45}=\frac{\overset{100}{\cancel{400}}\times 45}{\cancel{4}}=4500(円)$$

となります（図１)。

(図１)



この段階で３人のおこづかいは，７：４：４になっているので，３人のもっているおこづかいは図２のようになります。

(図２)



太郎：$4500\times\frac{7}{7+4+4}=2100$円

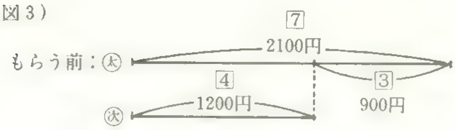
花子：$4500\times\frac{4}{7+4+4}=1200$円

次郎：$4500\times\frac{4}{7+4+4}=1200$円

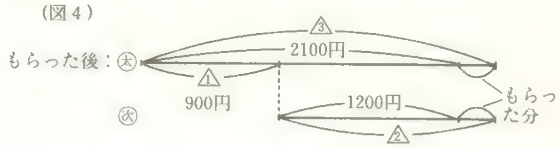
次に，太郎と次郎の2人に注目しましょう。

2人は，おとうさんから同じ金額をもらったので，もらう前と後では2人のおこづかいの差900円は変わりません。

（図3）



（図4）



（図4）から，2人のおこづかいの差を3倍すると，太郎君が最終的にもっているおこづかいになり，2人のおこづかいの差を2倍すると，次郎君が最終的にもっているおこづかいになることがわかります。

太郎君が最終的にもっているおこづかいは，

900×3＝2700円

よって，おとうさんから，

2700－2100＝600円…(答)

もらったことがわかります。

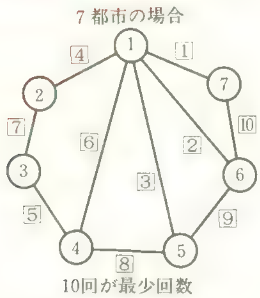
14 仕事は能率的にかたづけよう

問題その1

ふもとの牧場	移　動	山の牧場
A，B	← A，B（3分）	A，B，C，D，E
B	A（2分）→	A，C，D，E
B，D，E	← D，E（11分）	A，C，D，E
B，D，E	B（3分）→	A，B，C
A，C，D，E	← A，C（5分）	A，B，C
A，C，D，E	A（2分）→	A，B
A，B，C，D，E	← A，B（3分）	A，B

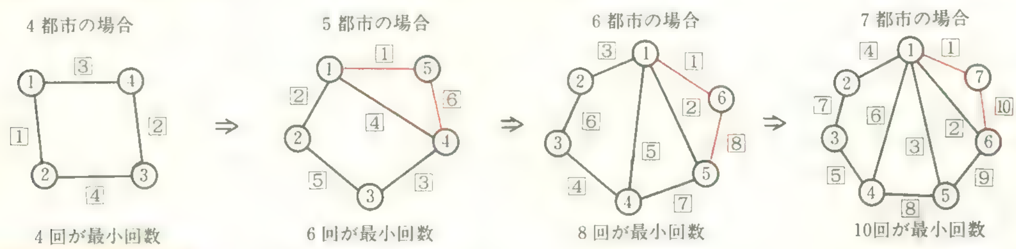
この手順で移動させると29分で移動できます。これが最短です。

問題その2　下のような図を書いて[1][2]……の順に電話をかけます。
よって，７都市（または支社）の場合は，10回が最小回数です。

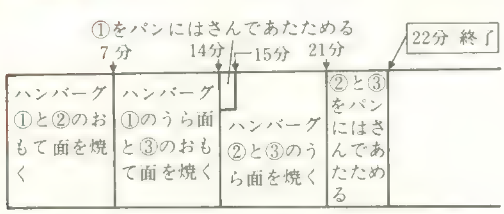


①東京
②ニューヨーク
③パリ
④ロンドン
⑤シドニー
⑥モスクワ
⑦ギニア

10回目に④と⑦が電話し終わると，すべてが７都市の情報をもったことになります（７都市の場合をいきなり考えると難しいので，下図のように，４都市の場合を利用して，５都市の場合を考えます。次に５都市の場合を利用して，６都市の場合，……と考えていけばよいのです）。



問題その3　次の表にしたがえば，22分でできあがります。
これがハンバーガー３個をつくるための最短時間です。



15 もうだまされないぞ！

問題その1　次のように，順序正しく考えれば，店員さんがそんをしたことがわかります。
まず，最初の取り引きでは5000円のカバンと5000円のお金を交換しました。
この取り引きによって5000円札は店のものになり，5000円のカバンは男のものになりました。
つまり，5000円札と男の関係はなくなったのです。このことに注意しましょう。
問題は次の取り引きなのです。
男は店員への説明で，もう男のものではなくなった5000円札（これは店のもの）を自分のお金のように使っています。ここがこのさぎ師のトリックなのです。

問題その2　花子さんの言っていることは正しいのです。つまり，二郎君が3000円を７：８に分けて，太郎君に1400円，花子さんに1600円支払うのでは，花子さんがそんをしま

す。その理由を考えてみましょう。



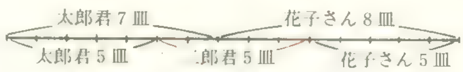
15皿を平等に3人で分けると，

15÷3＝5

となり，1人5皿です。

だから上の図のように太郎君は自分の7皿から2皿を二郎君にあげて，花子さんは自分の8皿から3皿を二郎君にあげたことになります。

この線分を使って表わすと，右のようになります。



このようにすると，二郎君は本当は2人に支払う3000円を

太郎君に　600円×2皿＝1200円

花子さんに600円×3皿＝1800円

というように支払わなければいけないことがわかりますね。

（答）花子さんは正しい。太郎君に1200円，花子さんに1800円支払うべきだった。

最初の太郎君と花子さんの料理の数の比である7：8は2人のあいだに成り立っていた関係で，そこに二郎君が入ってきて3人で分けることになったら当然状況は変わるのです。最初の2人の間に成り立っていた比7：8は3人になった新しい状況では何の意味も持たなくなるのです。

問題その3

「朝顔の里へ行く道をあなた以外のもう1人の案内人さんに聞いたら，2つのうちどちらの道だと教えてくれますか？」という質問をすればよいのです。

この質問に対して，

正直な案内人…「もう1人はうそつきだから〝ひまわり村〟へ行く道を教えますよ」そう言って，〝ひまわり村〟へ行く道を指さしてくれます。

うそつきの案内人…もう1人の正直な案内人さんは〝朝顔の里〟に行く道を教えるはずです。しかし，この人はうそつきなので，それと反対のことを言います。つまり，「朝顔の里へ行く道はこっちだと教えてくれますよ」と言って，〝ひまわりの村〟へ行く道を指さします。

この質問だったら2人ともひまわり村へ行く道を指さしてくれるわけです。だからこういうふうに質問すればこの人は，確実にひまわり村に行くことができますね。

問題その4

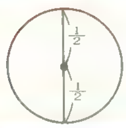
3人はまちがっていたので，各々の反対のことを表に表わしてみよう。

	1	2	3	4
まさひこ	×	×	◎	
のりひこ	×	×	×	◎
けんいち	×	◎		
たつや	◎			

たつや…1位
けんいち…2位
まさひこ…3位
のりひこ…4位

16 円の周りをはかる

問題その1

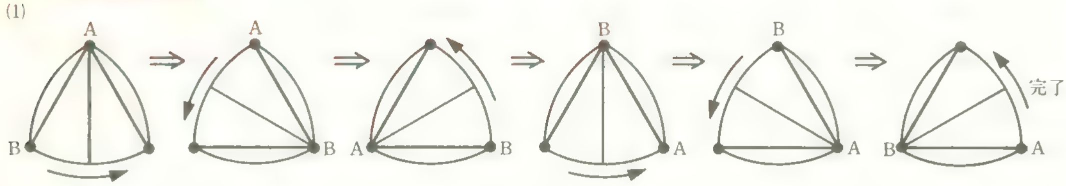


線分のまんなかに点をとり，そこを中心として線分を回転させた半径$\frac{1}{2}$の円が面積最小の円です。

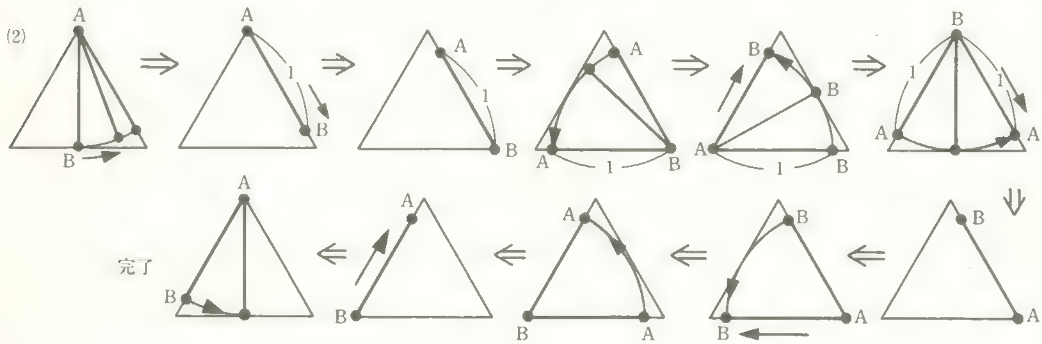
また，その面積は，$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times3.14=0.785$　です。

問題その2

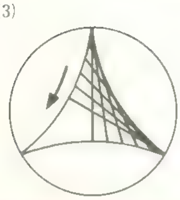
(1)



(2)

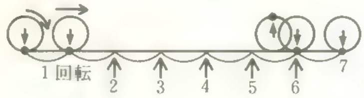


(3)



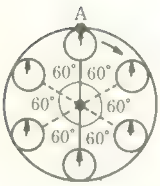
問題その3

(1)　この線分の長さは小さい円の円周の長さの7倍ですね。



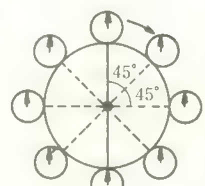
7回転します

(2)



左の図のように，大円の中心に関して60°進むと小円は1回転するので答えは，6回転です

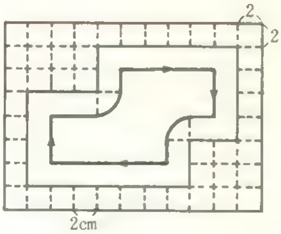
(3)



左の図のように，大円の中心に関して45°進むと小円は1回転するので答えは，8回転です

問題その4

円の中心が描くのは図の太線です。

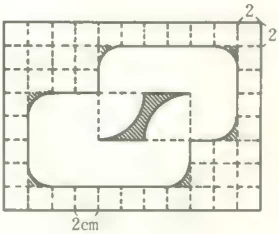


左上と右下の突き出たところでそれぞれ半径2cmの円周の$\frac{1}{4}$ずつの弧をえがき，それ以外ではまっすぐ進みます。この2つの円弧の長さの和は

$$(4\times3.14\times\frac{1}{4})\times2=6.28\ (\text{cm})$$

で，直線の部分の長さの和は36cm（＝18×2）です。このため，全体では42.28cm（＝6.28＋36）……(答)となります。

つぎに，この円が通らなかった部分は，下の図の斜線のようになります。6つのすみはすべて同じ形で，1辺が2cmの正方形から半径が2cmの円の$\frac{1}{4}$を取り除いたものです。ですから，6つのすみの面積の合計は



$$(2\times2-3.14\times2\times2\times\frac{1}{4})\times6=5.16\ (\text{cm}^2)$$

です。また，中央の斜線の部分は，たて4cm，よこ8cmの長方形から半径が4cmの円の$\frac{1}{4}$を2個取り除いたものです。この面積は

$$4\times8-3.14\times4\times4\times\frac{1}{4}\times2=6.88\ (\text{cm}^2)$$

なので，斜線の部分の面積の合計は

$$5.16+6.88=12.04\ (\text{cm}^2)$$ ……(答)

となります。

17 いっぱいつめこもう

問題その1

すきまが大きいのは，大きい玉子だけをつめこんだときのほうです。実験してみてください。

問題その2

(1) 下図のように1列，2列，……と数えていくと，1000cm÷1cm＝1000列目まで入ります。



よって，2個×1000列＝2000個のコインが入っています。

(2) 長方形の面積は，2×1000＝2000cm^2，

コインが占めている面積は，(0.5×0.5×3.14)×2000(枚)＝1570cm^2

よって，すきまの部分の面積は，

2000－1570＝430cm^2です。

その部分の面積が何個分のコインに相当するかというと，

1個のコインの面積＝0.5×0.5×3.14＝0.785

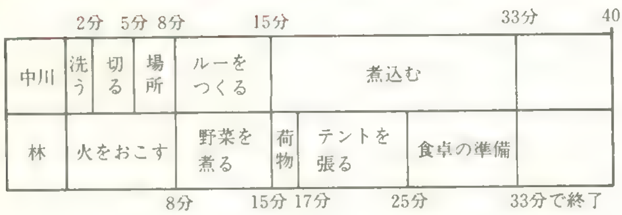
ですから，430÷0.785＝547.7707

約547個分に相当します。

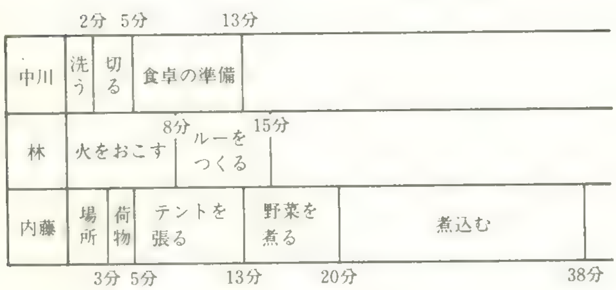
(3)　(1) 5　(2) 335　(3) 2009　(4) 2011　(5) 11

問題その3

(1)



(2)



18 不思議な数，カプリカ数

問題その1

つぎの３つの答が考えられます。

1＋2＋3＋4＋7＋8×9＋10＝99

1＋2＋3＋4＋7－8＋9×10＝99

1×2×3×4＋7×8＋9＋10＝99

問題その2

ある整数が与えられたとき，それをなるべく多くの３の和に分け，最後に１が残ったときだけ３＋１を２＋２（または４）に変えれば，積はもっと大きくなることがわかります。このことから，10は

10＝3＋3＋2＋2

3×3×2×2＝36

と分けると最大となり，最大値は36です。

20＝3＋3＋3＋3＋3＋3＋2

3×3×3×3×3×3×2＝1458

と分けるとき最大になり，最大値は1458です。

問題その3

(1)4321のとき：

(1)の計算	(2)の計算
① 4321 −) 1234 = 3087	① 7531 −) 1357 = 6174
② 8730 −) 0378 = 8352	② 6522 −) 2256 = 4266
③ 8532 −) 2358 = 6174	③ 6642 −) 2466 = 4176
④ 7641 −) 1467 = 6174	④ 7641 −) 1467 = 6174

6174に必ずなります。

(2)　君がどんな数を最初に選んだかわからないが，(1)と同じように，いつか必ず6174になってストップします。たとえば，7531を選んだときの計算を左に書いておきました。

(3)　繰り返して計算していくと，どんな３桁の数（ただし，同じ数字が３つ並んだものは除く）を選んでも最後は必ず495に到達してストップします。

〈カプリカ数〉

適当な４桁の数を書いて，その４つの数から作ることができる一番大きい数から一番小さい数を引くという操作（計算）を繰り返すと，必ず，「6174」という数に行きつきます。

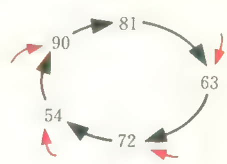
この事実はインドのカプリカという人が発見しました。４桁の場合どんな４桁の数も最大７回目の操作で6174になります。たとえば７回かかるものに，1125，1024，1050があります。

○２桁の場合…計算していくうちに，いずれは，81→63→72→54→90→81→63…とまわり（巡回）はじめます。

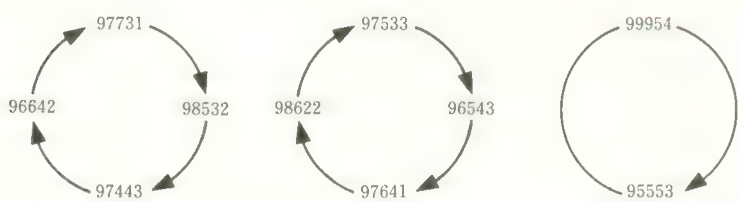
○３桁の場合…495に到達します。

このとき最大回数は６回。

○５桁の場合…次の３つのうちのどれかの巡回に到達します。







たとえば「87544」　「54321」　「66661」

問題その4

26÷８＝３あまり２

あまりが２だから，リンゴジュースを選ぶことになります。

周期性をうまく利用すると手間がかからないで，答えを出せるようになるんだよ。

チャレンジ問題

この問題は素因数に注目しないと解けません!! そこで，25025を素因数に分解して考えます。

１×２×３×…×□＝（25025）×（12×…×12）において，

25025＝５×５×７×11×13であり，(12×…×12）は〝２がいくつかと，３がいくつかの積〞ですから，１×

2×3×…×□には素数7は1個，素数5は2個，素数11は1個，素数13は1個だけ入っているはずです。そして，素数17は絶対に入っていないことがわかります。

このことから，□は13でなければならないことがわかります。

実際に，計算してみると，

$$1\times2\times3\times\cdots\cdots\times13=\{5\times7\times11\times13\times\underbrace{(5\times2)}_{10}\}$$

$$\times2\times3\times4\times6\times8\times9\times12$$

$$=\underbrace{(5\times5\times7\times11\times13)}_{25025}\times2\times2\times3\times4$$

$$\times6\times8\times9\times12$$

$$=(25025)\times12\times(3\times4)\times(2\times6)\times(8\times9\times2)$$

$$=(25025)\times(12\times12\times12\times12\times12)$$

となっていることがわかります。ですから，答えは 13 です。

19 ピラミッドの高さを測定しよう

問題その1

それぞれの写真の中の人物の身長と影の長さの比を求めてください。すると，A，B，Dの3人の比は

(身長)：(影の長さ)＝2：1

で等しいのに対して，Cだけは9：4になっています。このことから，Cのアリバイは崩(くず)れました。よって，犯人はCです。

問題その2

棒の長さ：棒の影の長さ＝トーテムポールの高さ：トーテムポールの影の長さ

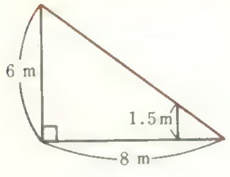
という関係が成り立っていますから，　1 (m)：1.5 (m)＝トーテムポールの高さ：3 (m)

左の式の値を2倍して　2：3＝トーテムポールの高さ：3　が成り立ちます。

よって，トーテムポールの高さ＝$\frac{3\times2}{3}$＝2 m　ということがわかります。　(答) 2 m

問題その3

(1)



けんいち君の身長：街路灯の高さ

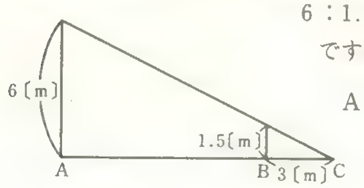
＝けんいち君の影の長さ：8 (m)

ですから，

$\frac{1.5\times8}{6}$＝2 (m)

(2) けんいち君の身長は，1.5（m）ですから，

影の長さが　1.5×2＝3（m）になるときを求めればよい。



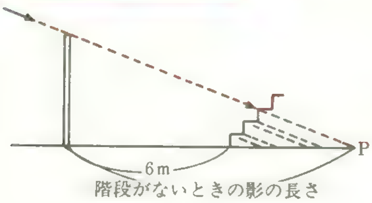
6：1.5＝街路灯の影の真下から，かげの先端までの長さ（AC）：3（m）ですから，

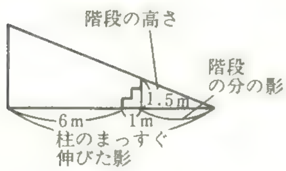
$$AC=\frac{6\times 3}{1.5}=12(m)$$

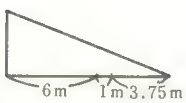
けんいち君の歩いた距離（AB）＝12－3＝9（m）です。けんいち君の歩く速度は，（8－2）÷5＝1.2m/秒ですから

9÷1.2＝7.5(秒)　が答えです。

問題その4







もし階段がなかったときに影の先端が伸びる位置は，階段と柱を真横から見て，図のように柱の先端と階段にできた影の先端をむすぶ直線と地面との交点Pです。

さて，次図より，(棒の長さ)：(棒の影の長さ)

＝（柱の長さ）：(柱のまっすぐ地面にのびた影の長さ)

＝（階段の高さ）：(階段の分の影の長さ)

ですから，次の式が成り立ちます。

0.7：1.75＝1.5：(階段の分の影の長さ)

ここで，0.7：1.75＝2：5ですから，

$$(\text{階段の分の影の長さ})=\frac{5\times 1.5}{2}=3.75m$$

です。よって，

(柱のまっすぐに伸びた影)＝3.75＋1＋6

＝10.75m

ですから，

(棒の長さ)：(棒の影)

＝2：5

＝（柱の高さ）：(柱の影)

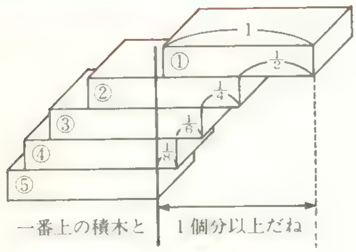
より，2：5＝（柱の高さ）：10.75

$$\text{柱の高さ}=\frac{2\times 10.75}{5}=4.3\ (m)$$ です。　(答) 4.3m

20 どこまでのびる？　夢のかけ橋

問題その1

(1)



$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{25}{12}$$

$$=\frac{25}{24}$$

$$=1+\frac{1}{24}$$

(約1.0417)　……(答)

(2)

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\cdots\cdots+\frac{1}{58}+\frac{1}{60}$$

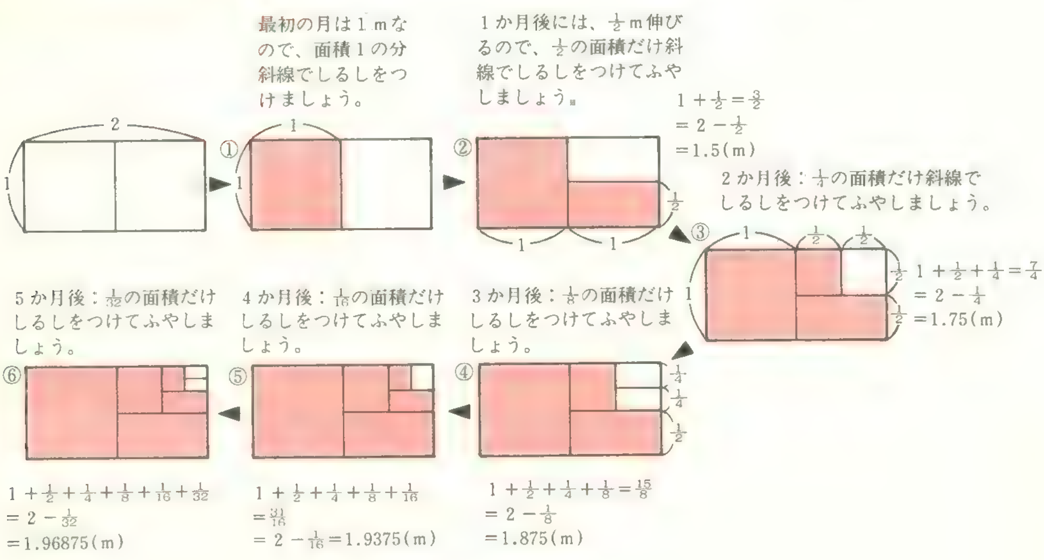
$$=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots\cdots\frac{1}{29}+\frac{1}{30}\right)$$

これを計算すると，約2.0132となります(積木2個分の長さを出せたことになりますね)

(3)　実は，こういう積み方としていくと無限に遠くまで出すことができるのです。

問題その2

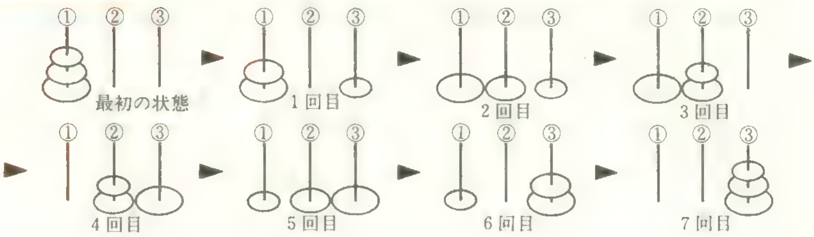
この木が2ｍより高くなることは，永遠にありません。その理由を，「ヒント」のところで示したような横が2，たてが1の長方形を使って考えてみましょう。



このように見ていくとわかるように，１回の操作でいつも，〝残っている白い正方形〟の半分の面積が増え，半分の面積が必ず残ります。だから，この斜線をつけていく面積は，どんどん２に近づいていきますが，２より大きくなってしまうことは永遠にありえませんね。これと同じ理由で，問題になっている木も２mの高さをこえることはないのです。

問題その3

次の図のように移動したときの７回が最少回数です。



（発展）

ハノイの塔のゲームに関して，輪の個数と最少移動回数を表にまとめると，次のようになります。

輪の個数	最少移動回数
2	$3\left(=\underbrace{2\times 2}_{2が2個}-1\right)$
3	$7\left(=\underbrace{2\times 2\times 2}_{2が3個}-1\right)$
4	$15\left(=\underbrace{2\times 2\times 2\times 2}_{2が4個}-1\right)$
5	$31\left(=\underbrace{2\times 2\times 2\times 2\times 2}_{2が5個}-1\right)$
6	$63\left(=\underbrace{2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2}_{2が6個}-1\right)$
⋮	⋮

これらの中にある規則に気がつきましたか？

（最少移動回数）＝（２を輪の個数だけかけていった数）－１　という規則があるのです。

チャレンジ問題

分数の列を15番目まで書き出していくと下のようになります。

$\frac{27}{13}$，$\frac{30}{17}$，○$\frac{33}{21}$，$\frac{36}{25}$，$\frac{39}{29}$，○$\frac{42}{33}$，$\frac{45}{37}$，$\frac{48}{41}$，○$\frac{51}{45}$，$\frac{54}{49}$，$\frac{57}{53}$，○$\frac{60}{57}$，$\frac{63}{61}$，$\frac{66}{65}$，○$\frac{69}{69}$，……

これらから，次の規則が読みとれます。

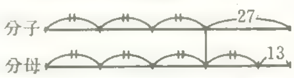
(規則)①□番目の分子に現われる数は，27＋３×（□－１）

②□番目の分母に現われる数は13＋４×(□－１)

③約分できる分数は，３番目，９番目，…と(３の倍数)番目ごとに現われます（上の丸をつけた分数）

(1)　10番目の数は$\frac{54}{49}$(分子＝27＋３×(10－１)＝54／分母＝13＋４×(10－１)＝49)

(2)　15番目　(□－１)という数を  で表わすことにすると，分子と分母が等しいから，



図より（□－１）は27－13＝14，だから

□は　14＋１＝15

(3)　20÷３＝６あまり２　　より　　６個

(4)　たとえば，100番目に現われる分数の {分子は，27＋３×(100－１)＝3024／分母は13＋４×(1000－１)＝4009}

よって，$\frac{3024}{4009}$⇨$\frac{3000}{4000}$＝$\frac{3}{4}$

2001番目に現われる分数は　$\frac{6027}{8013}$⇨$\frac{6000}{8000}$＝$\frac{3}{4}$

10001番目に現われる分数は　$\frac{30027}{40013}$⇨$\frac{30000}{40000}$＝$\frac{3}{4}$などから，$\frac{3}{4}$に近づくことがわかります。

こぼればなし

ハノイの塔のお話

昔むかし，インドのあるお寺に64枚の輪からできているハノイの塔がありました。お寺のお坊さんたちは，ハノイの塔のゲームのルールに従って，１枚ずつ輪を移動していくことを修行(しゅぎょう)の１つとしていました。だからお坊さんたちは交替で朝から晩まで輪を動かしていました。それを見ていた村の人々は，「64枚の輪が全部ほかの１本の枝に移し終わったときに，ものすごい音をたてて，世界が消え去ってしまう」と信じ，恐れていたのでした。もし，この伝説が本当だとして，おまけに１回の操作にかかる時間が，たったの１秒だとしても（さっきの規則に従って計算すると）全部移し終えるには，

〝約5800億年〟

もかかってしまいます。あまりにも大きい数なので，人々の間に，そんな伝説が生まれたのかもしれませんね。

21　正方形はどこに消えた？

問題その１

規則は，

「(ある数)＝（その数の１個前の数)＋(その数の２個前の数)」

です。　(1)　21　　(2)　89　　(3)　144　　(4)　610　　(5)　987

問題その２・その３

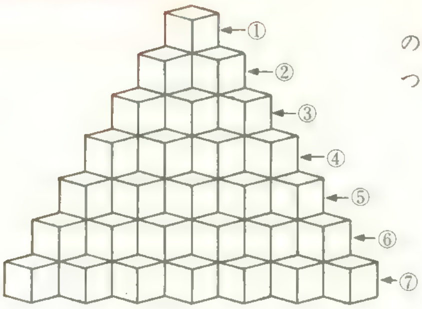
(その２)では，実際に紙を切って並べかえてみると，正確には図２の形にはならないことがわかります。図２のＡの斜面と，ＢとＣの斜面の間には少しすきまができているのです。このすきまの部分の面積が，焼けこげた正方形の面積１㎠になっているのです。このように，ひとつの場所にかたまっていれば大きく見えた焼けこげの部分は，細かくあちこちに分散させて〝すきま〟にしてしまうと，同じ面積のものなのに気づきにくくなってしまうのです。

(その３)でも同様に，紙を切って並べかえてみればわかるように，正確には１個分の面積が増えるなんてことはありえません。この場合も，①と③の斜面と，②と④の斜面の間に少しすきまができているのです。このすき間の部分が，ちょうど１個増えたように見えた部分になっているのです。面積が63㎠に見えるように並べる並べ方はテレビで解説しますから，たのしみにしててください。

この２つの問題のように，ちょうど１個分の面積を増やしたり，減らしたりするのは，どんな長方形でもで

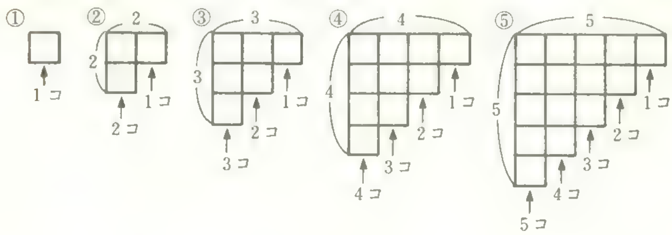
きるわけがありません。長方形のたての長さと，横の長さの関係は，問題その１ポイントでやった『フィボナッチ数列』に現われる連続した３つの数になっていますね。このことが，ちょうど１個分の面積の消滅や出没と関係しています。フィボナッチ数列に現われる他の数で，同じようなものを作ってみてください。

問題その4



７段の立体を，同じ高さにある立方体ごとに分けて，その７つのグループに上から順番に①，②，③，④，⑤，⑥，⑦と番号をつけて考えましょう。

①～⑤の段をそれぞれ上からながめたときの図を描くと，次のようになっています。



これらから各グループの立方体の個数は，

(そのグループの番号)＋(直前のグループの立体の個数)

であることがわかります。この規則を頭に入れて，グループ番号とそのグループの中にある立方体の個数を表にすると，次のようになります。

グループ番号	そのグループの中にある立方体の個数
①	1 (＝0＋1)
②	3 (＝1＋2)
③	6 (＝3＋3)
④	10 (＝6＋4)
⑤	15 (＝10＋5)
⑥	21 (＝15＋6)
⑦	28 (＝21＋7)

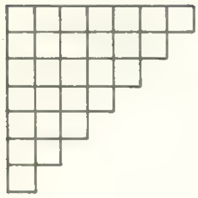
だから，７段の立体に使われる立方体の個数は，

①＋②＋③＋④＋⑤＋⑥＋⑦

＝１＋３＋６＋10＋15＋21＋28

＝84個　です。　(答)84個

７段の立体を，ヒントで示したような６つの方向からながめると，どの方向から見ても，次図のような形をしており，その面積は，



1 (㎠) ×28個＝28㎠です。

立体の表面は，6つの方向からながめたときに1回ずつ現われています。

よって，求める表面積は，

28× 6 ＝168㎠　です。　(答) 168㎠

問題その5

分子の数列を，[ヒントだよ！] のように区切っていって次のようにグルーブ名をつけていきます。

$\boxed{\frac{1}{2}}$，　$\boxed{\frac{1}{3},\ \frac{2}{2}}$，　$\boxed{\frac{1}{4},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{2}}$，　$\boxed{\frac{1}{5},\ \frac{2}{4},\ \frac{3}{3},\ \frac{4}{2}}$，　$\frac{1}{6}$，……

↑第1グループ　↑第2グループ　↑第3グループ　↑第4グループ　↑第5グループ

すると，各グループで分子は，(1)，(1，2)，(1，2，3)というふうに現われています。そして，各グループの分数には左のような特徴があります。ですから，$\frac{3}{8}$は，8＋3－2＝9より第9グループの3番目に現われる分数です。また，各グループに入っている分数の個数は1個，2個，3個，…ですから，次の図のように並んでいることがわかります。

グループ名	分母＋分子
第1グループの分数	3
第2グループの分数	4
第3グループの分数	5
第4グループの分数	6
⋮	⋮
第(分母＋分子－2)グループ	分母＋分子

[1個]，　[2個]，　[3個]，……，　[8個]，　$\frac{1}{10},\ \frac{2}{9},\ \boxed{\frac{3}{8}},\ \frac{4}{7}$

↑第1グループ　↑第2グループ　↑第3グループ　↑第8グループ　↑第9グループ

よって，$\frac{3}{8}$は，

1＋2＋3＋4＋5＋6＋7＋8＋3＝9×4＋3＝39

(4＋5＝9，3＋6＝9，2＋7＝9，1＋8＝9)

より，39番目に現れます。…（答）

22 なぞの小包の正体は？

問題その1

ヒントのところに書いたように，図の中のひもで囲まれた領域の中にはさみを1回入れれば行ける領域に1，2回はさみを入れれば行ける領域に2，……というぐあいに数字を書きこんでいくと，次ページの図1のようになります。

さて，一番下のひもに面している領域（ただし，点で接している領域（図の打点部）はダメです）に注目してください。それらの領域には，左から　10，11，11，10，10，10，9　という数字が書いてありますね(図の丸をつけた領域)。この中で1番小さいのは9です。

だから，はさみを切っていく方向と逆に考えたとき，この９と書かれた領域（図の二重丸の領域）から　８→７→６→５→４→３→２→１　とたどっていったときにできるルート（道）が〝はさみを入れる回数が最少の切り方〞です。すなわち，答は図の中の赤線で書かれたルートです。

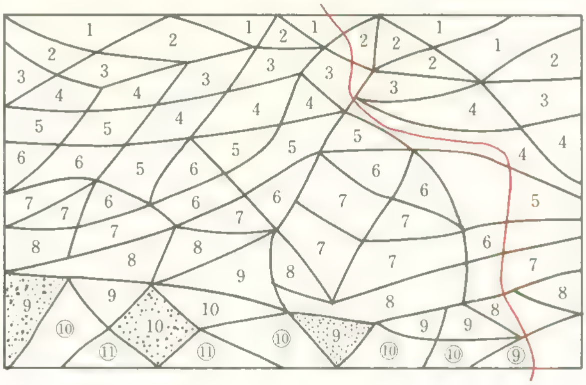


図１

問題その２

７つの袋に①～⑦の番号をつけ，①の袋から１枚，②の袋から２枚，…というぐあいに各袋から袋の番号の枚数ずつとり出してはかりの上にのせれば，１回はかりを使うだけで，ニセコインの入っている袋をズバリ見つけることができます。

なぜだかわかりますか？　理由は，はかりにのせるコインの枚数は全部で，

１＋２＋３＋４＋５＋６＋７＝８×３＋４＝28枚（１＋７＝８，２＋６＝８，３＋５＝８）

28枚です。

この28枚全部が本物だったら，はかりは

28枚×20ｇ＝560ｇ　を示すはずですね。

でも，この中にはニセコインが混ざっているので，はかりが示す重さは560ｇより軽くなります。

本物のコインとニセコインを１枚入れかえると

20－19＝１ｇ　軽くなるので，

はかりにのせた28枚のコインのうちニセコインが１枚ならはかりが示す重さは，560ｇ－１ｇ＝559ｇ，ニセコインが２枚なら　560ｇ－２ｇ＝558ｇ，３枚なら560ｇ－３ｇ＝557ｇ，……というぐあいに，はかりが示す重さは560ｇよりも（はかりの上にあるニセコインの枚数）×１ｇ分だけ軽くなります。このことから，たとえば５ｇ軽ければ⑤の袋がニセコインのはいった袋というぐあいに見つけることができるのです。

問題その３

31枚全部がＡ国のコインだとしたら，重さは10ｇ×31枚＝310ｇのはずです。実際は297ｇですから，310ｇ－297ｇ＝13ｇ軽くなっています。

ですから，31枚全部がＡ国のコインの状態から，何枚かをＢ国のコインと，ニセのコインに取りかえて13ｇ減らすことを考えましょう。

(1)　Ａ国のコイン１枚をＢ国のコイン１枚と取りかえると，10－９＝１（ｇ）減ります。

(2)　Ａ国のコイン１枚をニセコイン１枚と取りかえると，10－８＝２（ｇ）減ります。

このことから，たとえばイがＢ国のコインとすると１(ｇ)×２(枚)＝２(ｇ)，ニセコインとすると２(ｇ)×２(枚)＝４(ｇ)減るわけです。これを，ア～オそれぞれの場合について調べて表にすると次ページのようになります。

	ア	イ	ウ	エ	オ	
ア～オのコインがB国のコインとすると，それぞれの場合，全体の重さは	1g	2g	4g	8g	16g	減ります。
ア～オのコインがニセコインとすると，それぞれの場合全体の重さは	2g	4g	8g	16g	32g	減ります。

これから，必ずニセコインが入って13g減らすには，

13＝1＋4＋8から，ア－B国，イ－ニセ，エ－B国，残りのウとオ－A国

13＝1＋4＋8から，ア－B国，イ－ニセ，ウ－ニセ，残りのエとオ－A国

の2通りしかありません。

つまり，ニセコインはイの袋だけか，イとウの両方の袋に入っているどちらかの可能性しかないわけです。ところが，ニセコインが入っているのはひとつの袋だけなので，答えは，

ア－B国　イ－ニセ　ウ－A国　エ－B国　オ－A国

です。

23 ワッ，ワッ，ワッ，輪の不思議

問題その1

A－A型

B－どの型にも属さない

C→(→|－I型

D→0→O－O型

E→E→ト→T－T型

F→F→ト→T－T型

G→G→K→K－K型

H－どの型にも属さない

I－I型

J→J→|－I型

K－K型

L→L→|－I型

M→M→|－I型

N→N→|－I型

O－O型

P－どの型にも属さない

Q－どの型にも属さない

R→R→A－A型

S→S→|－I型

T－T型

U→U→|－I型

V→V→|－I型

W→W→|－I型

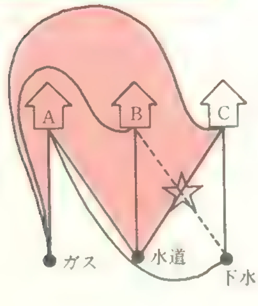
X→X→K－K型

Y→Y→T－T型

Z→Z→|－I型

このように変化させて考えるのです。

問題その2



左の図のように，それぞれを線で結んでいきます。

ところが最後にBの家に下水を配管するには，どのような手段をとっても，必ず交差してしまいます。

なぜならば，Aの家，Cの家，ガス・水道で囲まれた中にBの家はあり，下水はその外にあるからです。

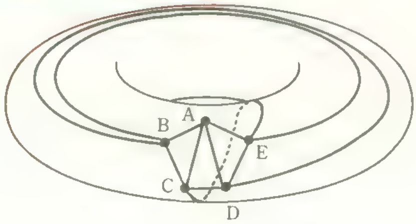
だからどんなふうにしても不可能です。

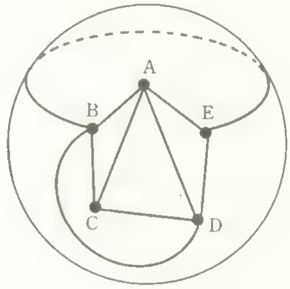
(他の家から結んでも，円じ状態になり，不可能なことになります。)

問題その3

トーラス（浮き輪）はできます。

球はどんなことをしてもできません。それは，次の図のような状態まで書いたとき，Cから A，B，Dには線で結ぶことができましたが，Eと結ぶとなると，必ず，どれかの線と交差してしまうので，どうしても不可能です。



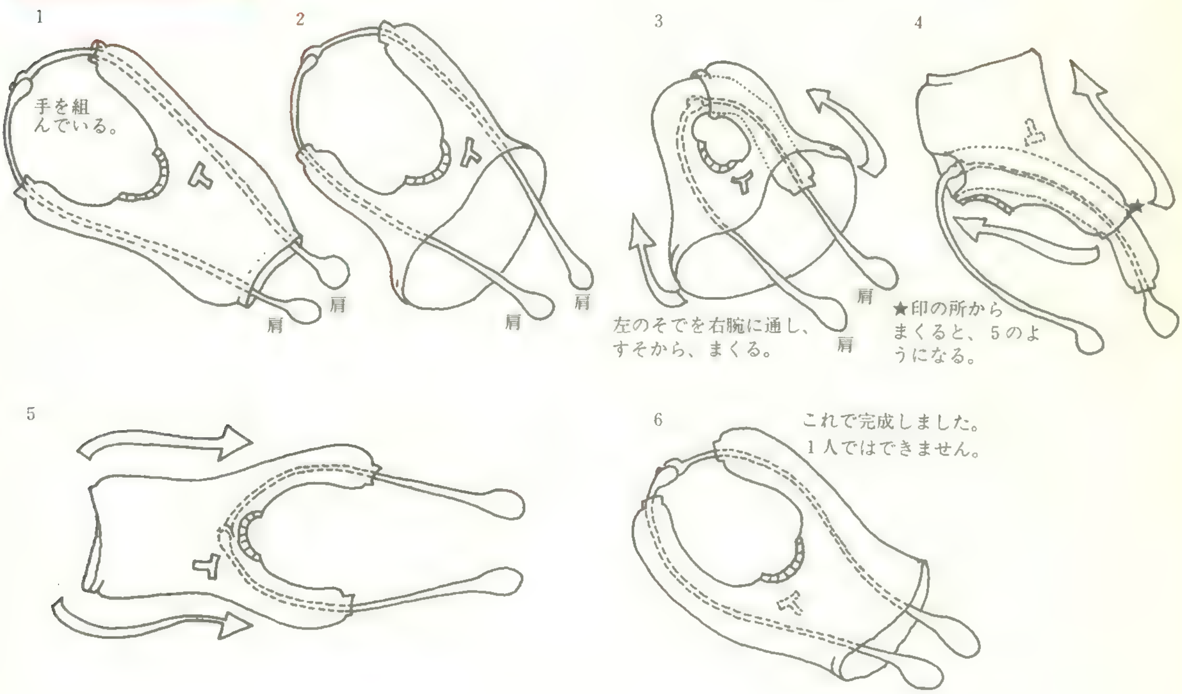


〔問題その4〕
〔問題その5〕
〔問題その6〕
〔問題その7〕
〔問題その8〕
〔問題その9〕
〔問題その10〕
〔問題その11〕

自分でやってみたものが解答です。
目で見て確認するのも，算数の大事な１つです。（解答省略）

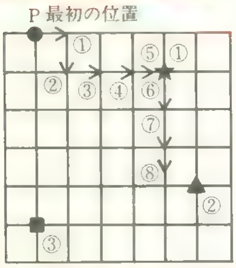
問題その12

（手伝う人がいれば）できます。



24 森のお別れパーティー

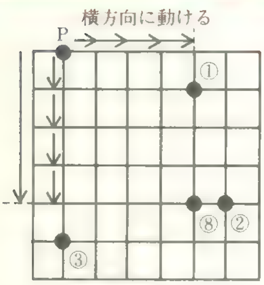
問題その1



（ヒント）に書いてあった方法で求めてみましょう。

最初に点Pはどこにとってもよいので，たとえば図の位置にとります。その位置から図のように動けて，最後に⑧の位置に行きつけます。この⑧の点が求めるべき点Pの位置です。

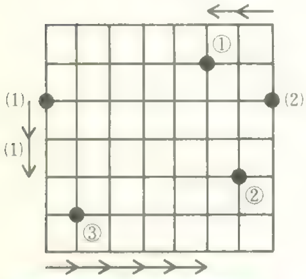
こぼればなし



どうして⑧の位置で動きがストップしてしまうのかわかりますか？

さっき選んだ点から出発するとき，横方向には4マス右に動けますね。なぜなら，この範囲では①と②の2人が賛成だからです。これ以外の範囲では，反対する人のほうが多くなるので横方向には動けません。

また，たて方向には，下に4マスだけ動けますね。この範囲の動きは賛成者のほうが多いからです。それ以上，下に進むことはできません。結局，最初の点Pの位置から右横に4マス，下に4マス進んだ点が求める点になるのです。



他の点（左図の(1)や(2)）から出発しても同じようにして，結局⑧の位置に行きつきます。

(1)の場合：　右横に5マス分，下に2マス分行けるので，結局⑧の位置にたどりつく。

(2)の場合：　左ヨコに2マス分，下に2マス分行けるので，結局⑧の位置にたどりつく。

問題その2

まず，2人のうちのどちらか1人が“2つのコップにジュースが半分ずつ入った”と納得するようにジュースを分ける。

そして，ジュースを注いでいないほうのもう1人が，2つのコップのうち自分の好きな方のコップを選べばよい。こうすればジュースを注いだ人は“2つが同じ量”と思うように分けたのだから，2つのうちどっちのコップになっても文句が言えない。

また，選んだほうの人は，2つのうち好きなほうを選んだのだから当然文句はありませんね。

問題その3 まず3人の中の誰か1人が〝3つのコップにジュースが$\frac{1}{3}$ずつに入った〟と自分で納得するようにジュースを分ける。

そして，ジュースを分けていない残りの2人が，注いだ人のコップをどれにするのか決めます。このとき，「ジュースを注いだ人のコップを決めること」において次の2つの場合が考えられます：

(場合1) 2人の意見が一致して，ジュースを注いだ人のコップが決まった場合：
注いだ人のコップは2人で決めたコップにします。

あとは，残りの2つのコップのジュースを2人が納得いくように（問題2のようにして）分ければ3人とも文句のいえないように分けることができます。

(場合2) 2人の意見が分かれてしまって，ジュースを注いだ人のコップが決まらない場合：

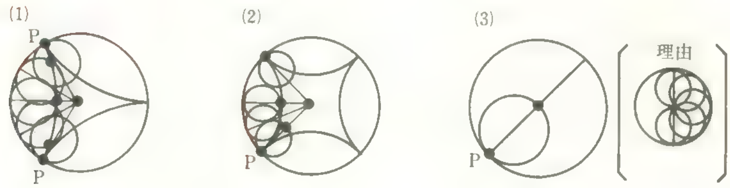
このときは，2人がそれぞれ，〝このコップがジュースを注いだ人の分だよ〟と主張しているコップを，それぞれの人の分け前とします。そして残ったひとつを注いだ人のコップとすれば，3人とも文句が言えない分け方ができます。ここで，改めて，(場合1)，(場合2)のときの3人の立場をはっきりさせて3人とも文句が言えないことを確認しておきましょう。

(場合1) ジュースを注いだ人…$\frac{1}{3}$ずつ分けたはずなのだから，どのコップになっても文句は言えない。
それ以外の2人 …（問題その2）と同じ理由で文句は言えない。

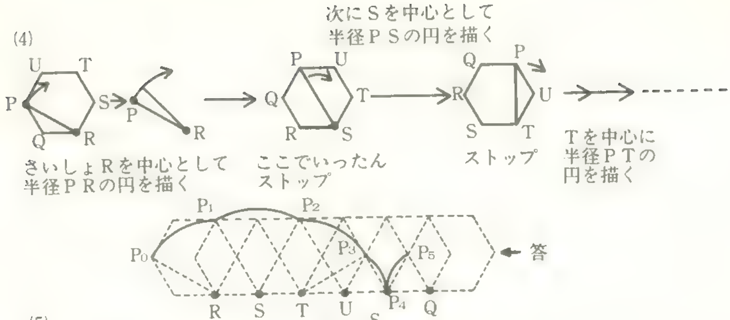
(場合2) ジュースを注いだ人…$\frac{1}{3}$ずつ分けたはずなのだから，どのコップになっても文句は言えない。
それ以外の2人 …「ジュースを注いだ人の分はこのコップだ」と言って，コップを選んだ以上，その人は「そのコップの中にジュースが$\frac{1}{3}$入っている」ということを保証したことになるので，(そのコップが自分の分け前になってイヤだったら，自分のイヤなものを他人に押しつけるというズルをしたことになってしまうので）そのコップが自分の分け前になっても文句は言えない。

チャレンジ問題 367人の人に〝誕生日の月とひにち〟を紙に書いてもらって，その紙を分類すると，多くても366種類しかありませんね（1年は365日，または閏(うる)う年で2月29日があっても366日しかないからです)。だから，367人を鳩に見たて，366種類以下の〝誕生日の月とひにちの種類〟を鳩の巣に見立てれば， 少なくともあるひとつの〝誕生日の月，ひにち〟に2人以上の人が入っていることがわかりますね。

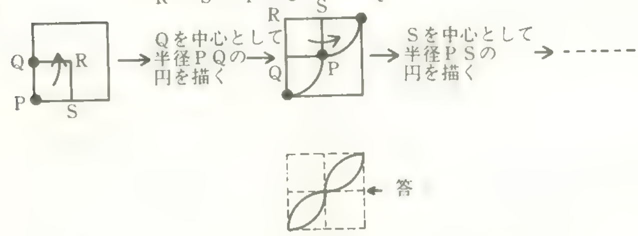
問題その4 それぞれ次のような図形を描きます。



(4)



(5)



☆参考文献☆

このテキスト作成のために以下の多くの本を参考にさせていただきました。この場所を借りて，厚く御礼申し上げます。

(1) 数学ゲームⅠ（マーチン・ガードナ著，高木茂男訳）

(2) 数学ゲームⅡ（　〃　〃）

(3) 数学歴史パズル（藤村幸三郎，田村三郎著）

(4) 算数1000の難問・奇問Part 2（中村義作著）

(5) 　〃　Part 3（　〃　）

(6) 数学パズル20の解法（　〃　）

(7) 数学トリック＝だまされないぞ（仲田紀夫著）

(8) 数学パズルランド（田村三郎著）

以上(1)～(8)は講談社ブルーバックス。

(9) 算数クイズ＆パズル＆ゲーム　高学年（中山・加藤三明・千葉茂・小沢修著）黎明館

(10) 授業のネタ　算数2　数量編・研究会編（坪田耕三・広瀬真一・細水保宏・中村享史・高橋昭彦・杉田博之著）日本書籍

(11) 考える力をのばす教材（中村享史著）国土社

(12) 数，数，―不思議なふるまい―(M・ラインズ，片山孝次訳）岩波書店

(13) πのはなし（金田康正著）東京図書

(14) 卵はなぜ卵形か（西山豊著）日本評論社

(15) サイエンスの香り（　〃　）〃

(16) aha! ひらめき思考（マーチン・ガードナー著，島田一男訳）日経サイエンス社

(17) The Unexpected Hanging (　〃　) Simon&Schnster,Inc.

(18) Mathematical Puzzles&Diversions (　〃　)　〃

(19) 数学マジック（マーチン・ガードナー著）講談社

(20) 公務員試験　数的推理の頻出問題　実務教育出版

(21) 受験全解・算数（日能研）みくに出版

(22) 首都圏中学入試問題集　旺文社

(23) 話題源数学（吉田稔・飯島忠編集代表）東京法令出版

(24) 奇術　種あかし（柴田直光著）理工図書株式会社

(25) ハテナ？　手品BOOK（児玉恭治著）高橋書店

(26) 6年の学習1992年　4月号～7月号　学研

(27) クオーク「中学入試の算数　難問に挑戦」1992年2月号　講談社

(28) 発見的教授法による数学講義シリーズ1巻，4巻，6巻（秋山仁著）駿台文庫

(29) 入門組合せ論（L・ロバース著　秋山仁・P.フランクル翻案）共立出版

(30) 数学発想ゼミナール1，2（ローレン・C・ラーソン著　秋山仁・飯田博和訳）

(31) グラフ理論（R.グラハム・秋山仁著）朝倉書店

(32) 離散数学入門（R.グラハム・秋山仁著）朝倉書店

(33) 数学流生き方の再発見（秋山仁著）中公新書

①ずばり当てよう君の誕生日

誕生日当てカード

A

1			

B

2			

C

4			

D

8			

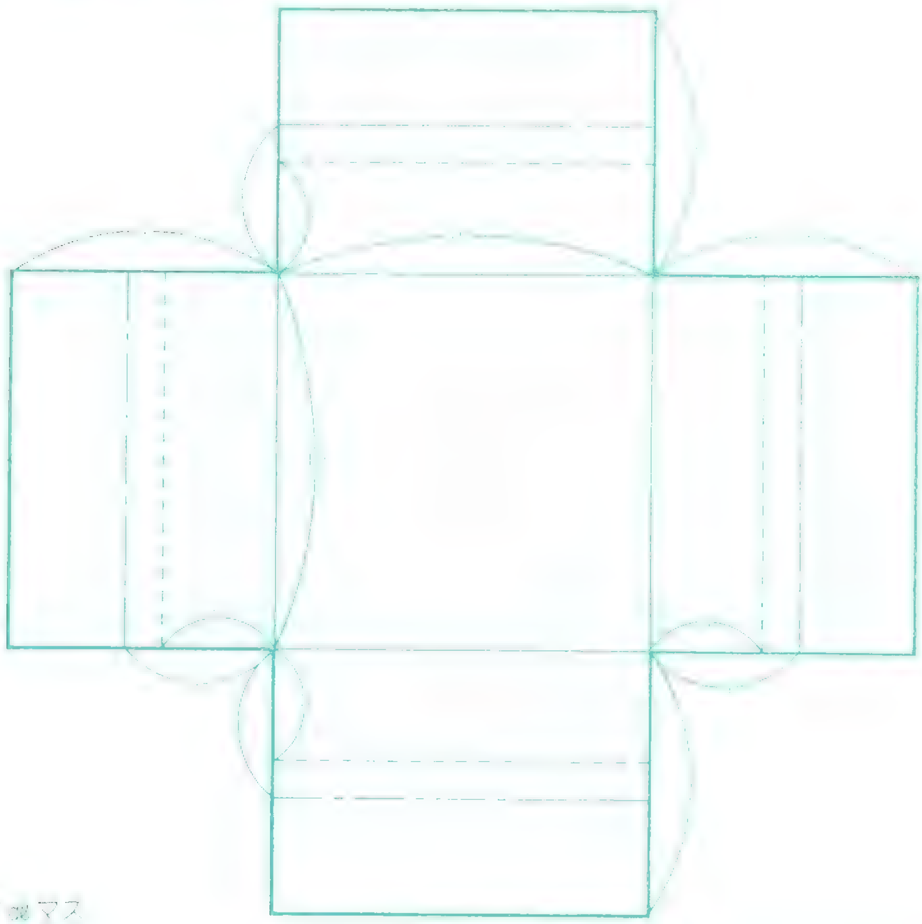
E

16			

＊テレビやテキストの説明にしたがって表の中のマスに数字を書きこんで、友だちや家族の人たちの誕生日を当ててビックリさせよう

⑵ジュースは正確に量るべし　　〈付録2〉

7dℓマス・4dℓマス・3dℓマス

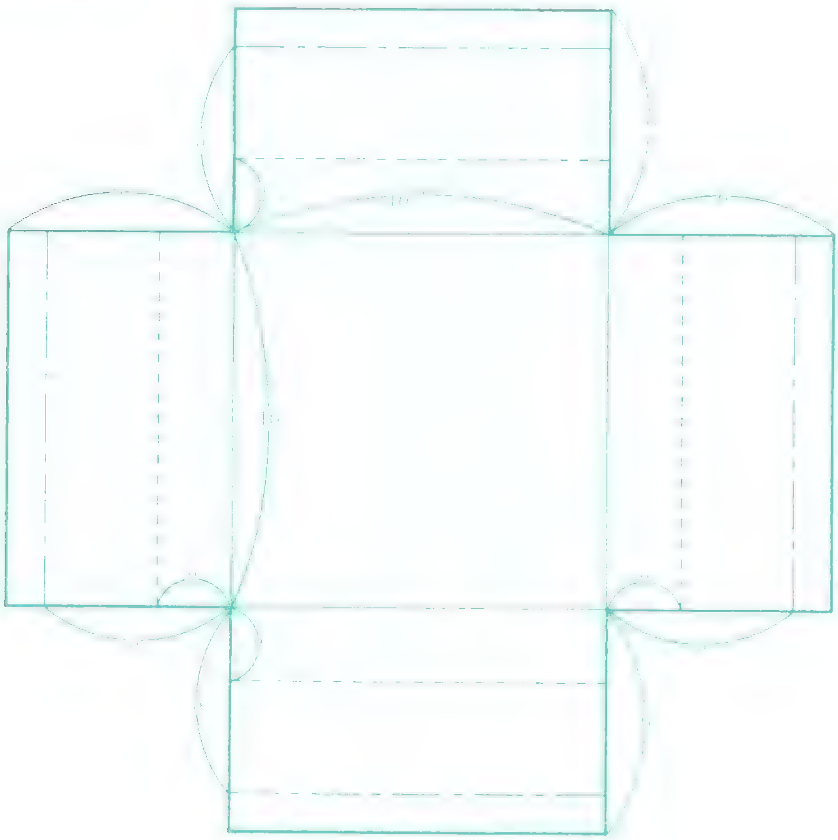


―――7dℓマス
・・・・4dℓマス
- - - - - 3dℓマス

＊実際の寸法の$\frac{1}{2}$になっています。

②ジュースは正確に量るべし

6 dl マス・5 dl マス・2 dl マス



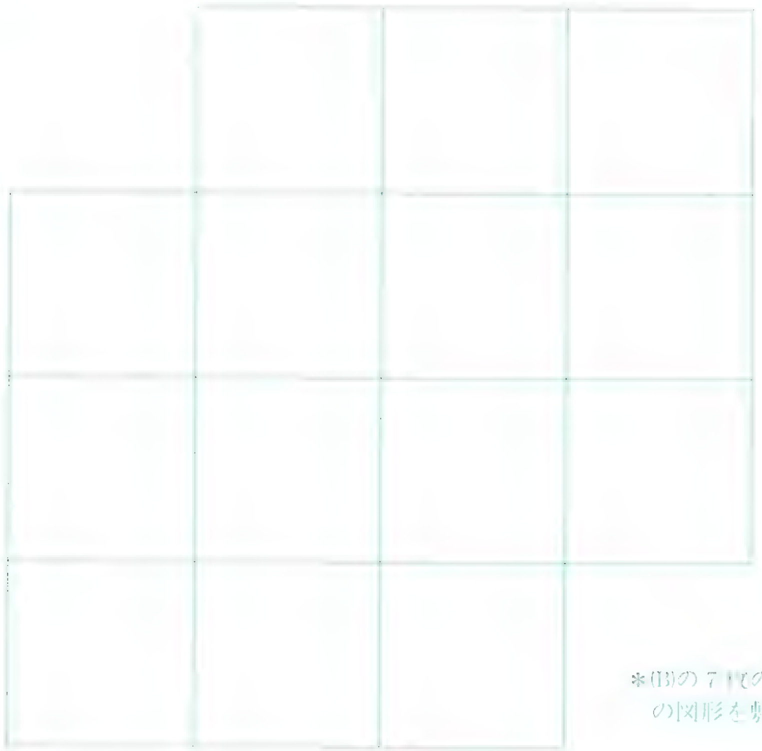
——— 6 dl マス
········ 5 dl マス
------ 2 dl マス

＊実際の寸法の $\frac{1}{2}$ になっています

③とじこめちゃうぞ

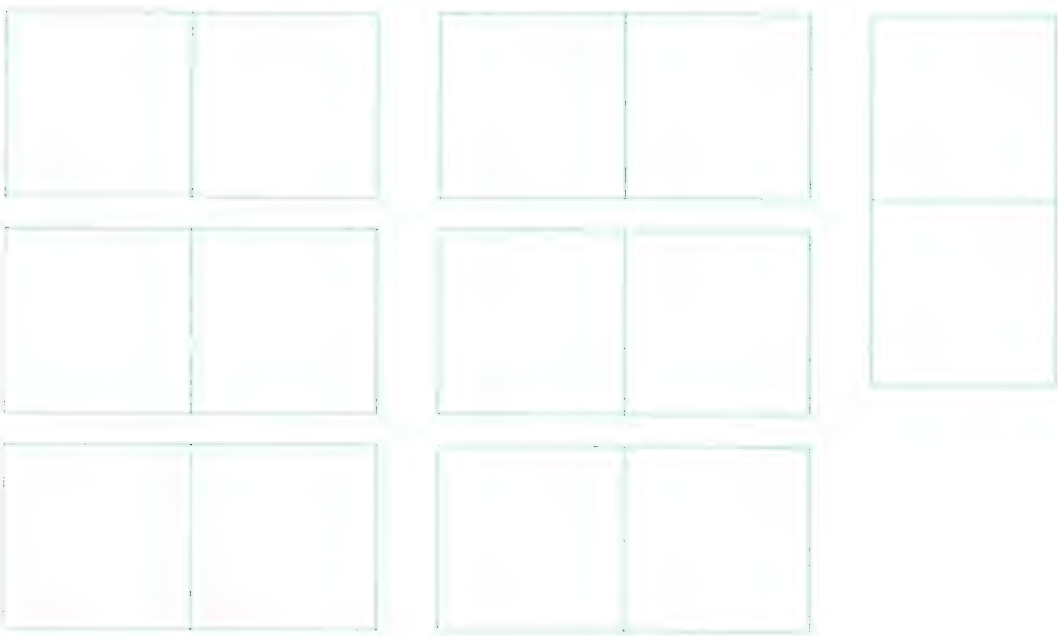
欠けたチェス盤とドミノ牌(問題★その2)

A

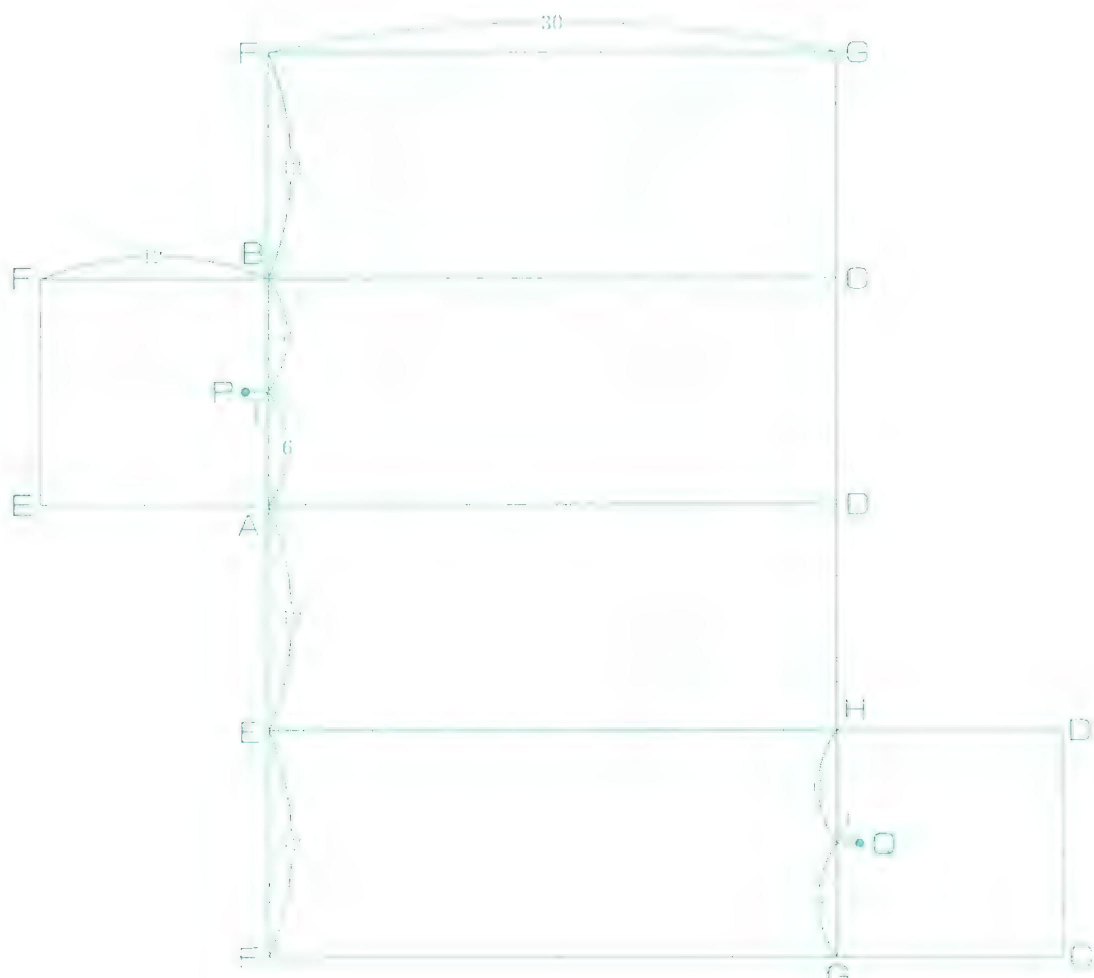


＊(B)の7枚のドミノ牌を切りとって (A)の図形を敷きつめてごらん

B



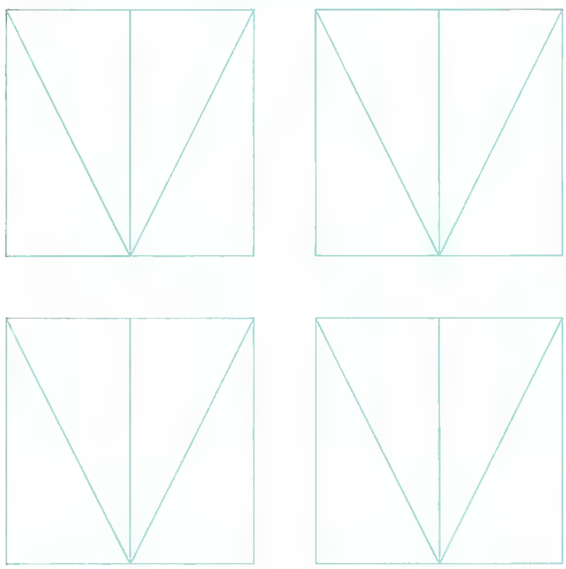
⑦無事に脱出できるかな？
直方体の展開図（問題★その２）



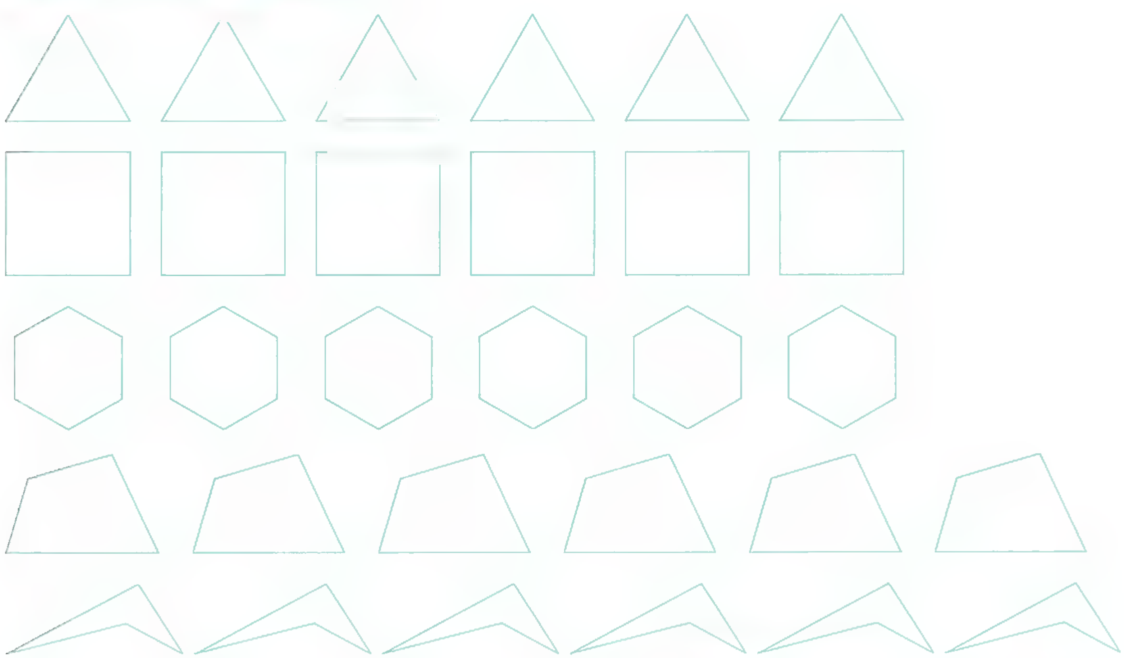
＊実際の寸法の1/[illegible]になっています。２点P、Qを線で結び、その長さをものさしで測って[illegible]倍してごらん。10cmになったかな？　次に展開図を切りとって直方体を組み立ててごらん。さっきの線はいくつの面を通ってるかな？

⑧平面図形のファンタジー

大正方形作成用カード（問題★その2）



敷きつめ用タイル（問題★その3）



[illegible]

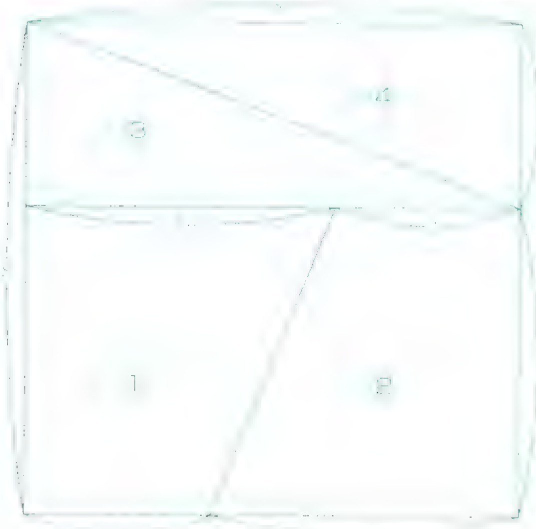
㉑正方形はどこに消えた？

正方形はどこに消えた？（問題★その２）



＊５つの断片A～Eを、テレビで教えるように置きかえると、とても不思議なことが起きるぞ!!

面積がかわる正方形（問題★その３）

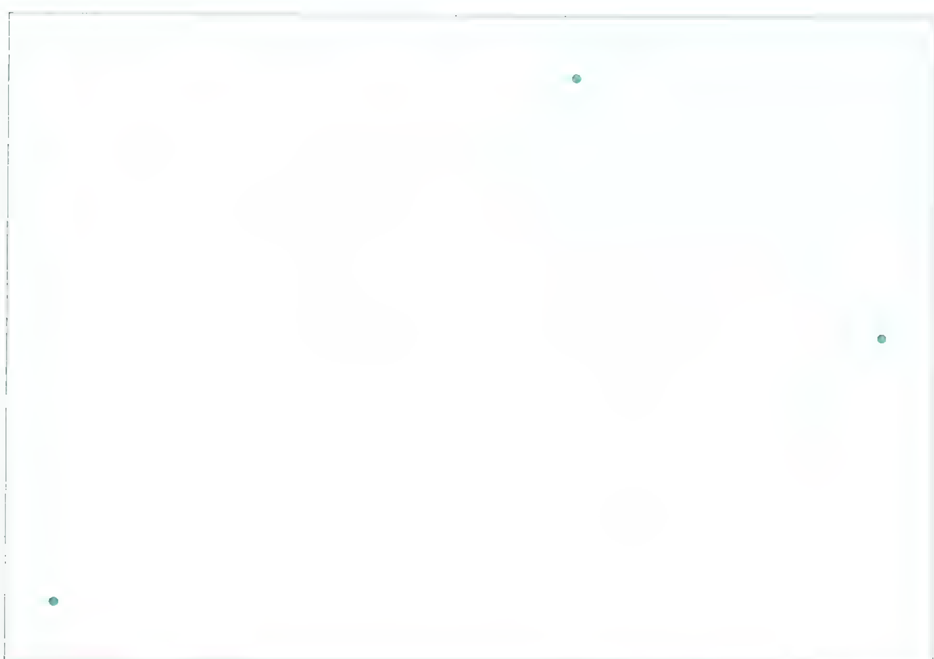


＊４つの断片①～④を、テレビで教えるように置きかえると、面積が63に減ったり、65にふえたりするぞ!!

㉔森のお別れパーティー

カラオケ位置決め 実験用カード（問題★その１）





＊ 3 個の点に小さな穴をあけます。次に 3 本の糸を各穴に 1 本ずつ通し、紙の上にある 3 本を 1 か所で結びます。また、紙の下に出ている 3 本の糸のそれぞれに同じ重さのおもりをぶら下げてください。さーて、紙を水平に置いたとき、糸の結び目の位置は何を意味しているかな？

平成4年8月15日発行
編集 日本放送協会
発行 日本放送出版協会

NHK 算数大すき

郵便番号150 東京都渋谷区宇田川町41-1

定価700円(本体680円) 〒260円
印刷 慶昌堂/近代美術
振替東京1—49701

平成四年八月十五日発行
日本放送出版協会
〒150 東京都渋谷区宇田川町41-1
☎(03)3464-7311

Printed in Japan T1009255080705 雑誌09255-8

定価700円(本体680円)